

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111



תוכן העניינים

1. סטטיסטיקה תיאורית - הצגה של נתונים (יחידה 2) 1
2. סטטיסטיקה תיאורית - גבולות מדומים וגבולות אמיתיים (יחידה 2) 12
3. סטטיסטיקה תיאורית - סכימה (יחידה 2) 14
4. סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום מרכזי (יחידה 2) 18
5. סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - הטווח, השונות וסטיית התקן (יחידה 3) 25
6. סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום יחסי - ציון תקן (יחידה 3) 28
7. סטטיסטיקה תיאורית - שאלות (יחידות 2-3 מומלץ כשאלות מסכמות למבחן) 30
- מיוחדות - התפלגות נורמלית (יחידה 4 שימו לב את שאלות 9 ואילך לפתור רק כחזרה לבחינה) 33
8. התפלגויות רציפות 8
9. מדדי קשר - מדד הקשר הליניארי - פירסון (יחידה 5) 41
10. מדדי קשר - רגרסיה ליניארית (יחידה 5) 47
11. מדדי קשר - שונות מוסברת ושונות לא מוסברת (יחידה 5) 50
12. בעיות בסיסיות בהסתברות (יחידה 6) 53
13. פעולות בין מאורעות (חיתוך ואיחוד) מאורעות זרים ומכילים (יחידה 6) 57
14. הסתברות מותנית במרחב דגימה אחיד (יחידה 7) 65
15. הסתברות מותנית במרחב לא אחיד (יחידה 7) 68
16. דיאגרמת עצים - נוסחת בייס ונוסחת ההסתברות השלמה (יחידה 7) 71
17. תלות ואי תלות בין מאורעות (יחידה 7) 76
18. שאלות מסכמות בהסתברות (יחידה 7. מומלץ כשאלות חזרה לבחינה) 78
19. המשתנה המקרי הבדיד - פונקציית ההסתברות (יחידה 8) 81
20. המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת - שונות וסטיית תקן (יחידה 8) 84
21. התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות בינומית (יחידה 8) 87
22. המשתנה המקרי הבדיד - שאלות מסכמות (יחידה 8. מומלץ כשאלות מסכמות לבחינה) 90
23. תרגול טענות (על חומר הלימוד. חשוב מאד לבחינה) 93

תוכן העניינים

24. פתרון בחינה לדוגמה מספר 1	(ללא ספר).....
25. פתרון בחינה לדוגמה מספר 2	(ללא ספר).....
26. פתרון בחינה לדוגמה מספר 3	(ללא ספר).....
27. פתרון בחינה לדוגמה מספר 5	(ללא ספר).....
28. פתרון בחינה לדוגמה מספר 4	(ללא ספר).....

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 1 - סטטיסטיקה תיאורית - הצגה של נתונים (יחידה 2)

תוכן העניינים

1. כללי.....1

סטטיסטיקה תיאורית – הצגה של נתונים:

רקע:

דרכים להצגת נתונים שנאספו:

רשימה של תצפיות:

התצפית היא הערך שנצפה עבור ישות מסוימת בקבוצה. רושמים את התצפיות שהתקבלו כרשומה, יעיל שיש מספר מועט של תצפיות. ההצגה הזו רלבנטית לכל סוגי המשתנים. למשל, להלן מספר החדרים בבניין בן 5 דירות: 3, 4, 3, 5, 4.

טבלת שכיחויות בדידה:

שם המשתנה- X	שכיחות – $f(x)$	שכיחות יחסית באחוזים
X_1	f_1	$\frac{f_1}{N} \cdot 100$
X_2	f_2	$\frac{f_2}{N} \cdot 100$
X_3	f_3	$\frac{f_3}{N} \cdot 100$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
X_k	f_k	$\frac{f_k}{N} \cdot 100$
סה"כ	$N = \sum_{i=1}^k f_i$	100%

רושמים את התצפיות בטבלה שבה עמודה אחת מבטאת את ערכי המשתנה והשנייה את השכיחות. יעיל עבור משתנה איכותי וכמותי בדיד וכשיש מספר רב של תצפיות. לא יעיל למשתנה כמותי רציף.

דוגמה:

להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

הציון - X	מספר התלמידים – השכיחות - f	F_i	$\frac{f_i}{n}$
5	2	2	$0.08=2/25$
6	4	6	$0.16=4/25$
7	8	14	$0.32=8/25$
8	5	19	$0.2=5/25$
9	4	23	$0.16=4/25$
10	2	25	$0.08=2/25$

שכיחות מצטברת – צבירה של השכיחויות.

השכיחויות F_i – השכיחות המצטברת נותנת כמה תצפיות קטנות או שוות לערך.

שכיחות יחסית (פרופורציה) – השכיחות מחולקת לכמות התצפיות הכללי:

 $\frac{f_i}{n}$ – איזה חלק מהתצפיות בקבוצה שוות לערך.**טבלת שכיחויות במחלקות:**

משתמשים שהמשתנה כמותי רציף או כאשר יש מספר ערכים רב במשתנה הבדיד
וטבלת שכיחויות תהיה ארוכה מידי.

דוגמה:

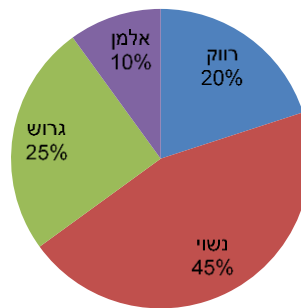
נתנו לקבוצת ילדים לבצע משימה, בדקו את התפלגות זמן הביצוע, בדקות.
להלן ההתפלגות שהתקבלה:

מספר הילדים	זמן בדקות
20	0.5-3.5
18	3.5-9.5
14	9.5-19.5
8	19.5-29.5

דיאגרמת עוגה:

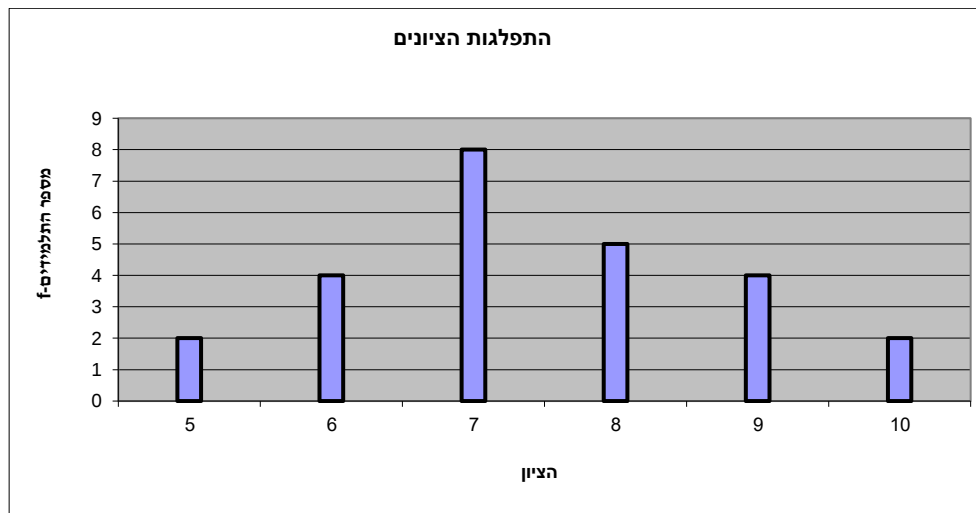
זהו התיאור הגרפי של משתנה איכותי. בדיאגרמת עוגה כל ערך במשתנה מקבל "נתח", שהוא פרופורציונלי לשכיחות היחסית של ערך המשתנה בנתונים.

התפלגות המצב המשפחתי



דיאגרמת מקלות:

הציר האופקי הוא הציר של המשתנה והציר האנכי של השכיחות, כך שהגובה של המקל מעיד על השכיחות. רלבנטי למשתנה כמותי בדיד. לא נהוג להשתמש בתיאור למשתנה איכותי וכמו כן לא למשתנה כמותי רציף, וכן בסולמות מדידה עבור משתנה מסולם סדר.

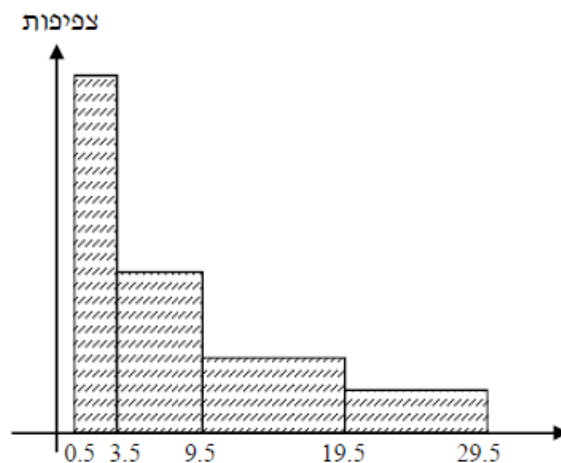


היסטוגרמה:

היסטוגרמה היא הדרך הגרפית כדי לתאר טבלת שכיחויות במחלקות, והיא רלוונטית למשתנה כמותי רציף.

בהיסטוגרמה הציר האופקי הוא הציר של המשתנה והציר האנכי הוא הציר של הצפיפות. הצפיפות מחושבת בכל מחלקה על ידי חלוקת השכיחות ברוחב של כל המחלקה, והיא נותנת את מספר התצפיות הממוצע בכל מחלקה ליחידה. אם המחלקות הן שוות ברוחב, ניתן לשרטט את ההיסטוגרמה לפי השכיחות ואין צורך בצפיפות.

צפיפות	מצטברת	שכיחות	אמצע	רוחב	X
6.6667	20	20	2	3	0.5 - 3.5
3	38	18	6.5	6	3.5 - 9.5
1.4	52	14	14.5	10	9.5 - 19.5
0.8	60	8	24.5	10	19.5 - 29.5



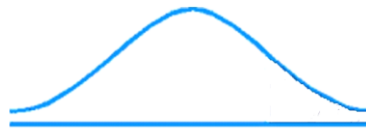
פוליגון – מצולעון:

אם נחבר את אמצע קצה כל מלבן בקווים ישרים. נותן מראה חזותי לצורה של התפלגות המשתנה.

צורות התפלגות נפוצות:

התפלגות סימטרית פעמונית

רוב התצפיות במרכז, וככל שנתרחק מהמרכז יהיו פחות תצפיות באופן סימטרי. לדוגמה, ציוני IQ.

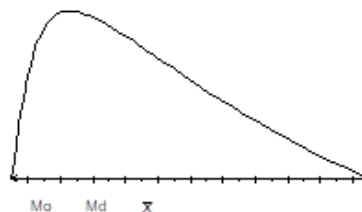


ישנן התפלגויות סימטריות שאינן פעמוניות, כגון:

התפלגות אסימטרית ימנית (חיובית)

רוב התצפיות מקבלות ערכים נמוכים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים גבוהים קיצוניים. לדוגמה, שכר במשק.

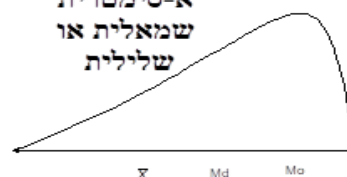
התפלגות א-סימטרית
ימנית או חיובית



התפלגות אסימטרית שמאלית (שלילית)

רוב התצפיות מקבלות ערכים גבוהים ויש מיעוט הולך וקטן של תצפיות שמקבלות ערכים נמוכים קיצוניים. לדוגמה, אורך חיים.

התפלגות
א-סימטרית
שמאלית או
שלילית



שאלות:

- (1) בסקר צפייה בטלוויזיה התקבלו התוצאות הבאות : 25 צפו בערוץ הראשון, 25 צפו בערוץ 10, 75 צפו בערוץ השני, 50 צפו באחד מערוצי הכבלים ו-25 לא צפו בטלוויזיה בזמן הסקר.
- א. רשמו את טבלת השכיחות ואת השכיחות היחסית.
- ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

- (2) להלן נתונים על התפלגות המקצוע המועדף של תלמידי שכבה ו' בבית הספר "מעוף":

מספר התלמידים	המקצוע
44	מתמטיקה
20	תנ"ך
12	אנגלית
26	היסטוריה

- א. מהו המשתנה הנחקר?
- ב. מהי פרופורציית התלמידים שמעדיפים תנ"ך?

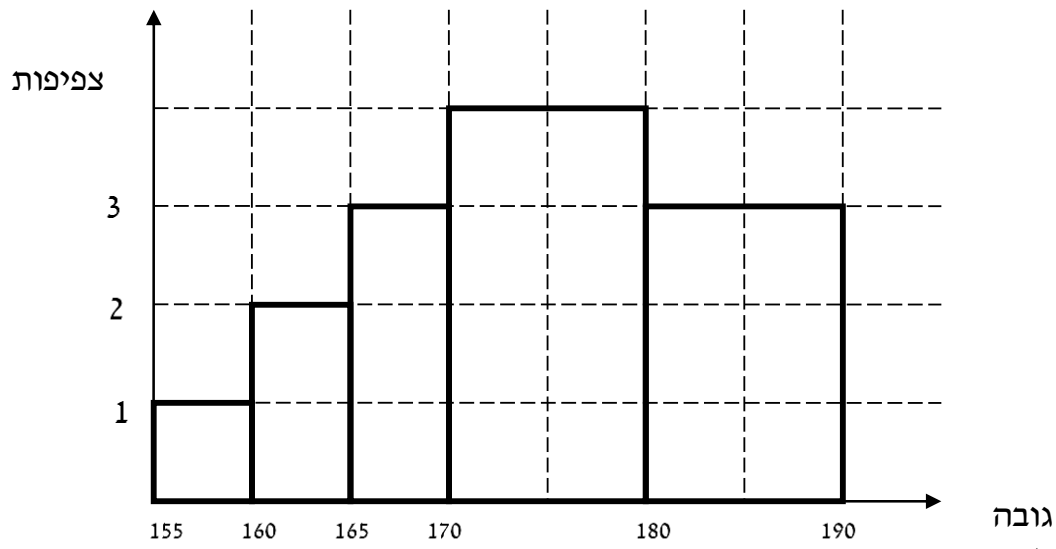
- (3) להלן התפלגות ההשכלה במקום עבודה מסוים:

מספר העובדים	השכלה
60	נמוכה
120	תיכונית
20	אקדמאית

- א. מהו המשתנה הנחקר?
- מאיזה סולם הוא?
- ב. תארו את הנתונים באופן גרפי.

- (4) להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:
- 6, 5, 8, 7, 6, 8, 7, 6, 5, 8, 4, 6, 10, 9, 8, 6, 7.
- א. מהו המשתנה? האם הוא בדיד או רציף?
- ב. תארו את הרשימה בטבלת שכיחויות.
- ג. הוסיפו שכיחויות יחסיות לטבלה.
- ד. תארו את הנתונים באופן גרפי.

5) להלן היסטוגרמה המתארת את התפלגות הגבהים בס"מ של קבוצה מסוימת:



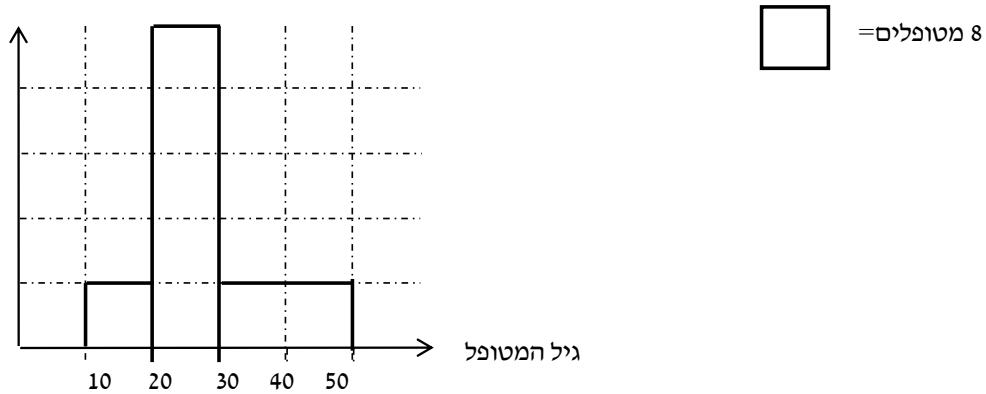
- מהו המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
- תארו את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות.
- הוסיפו שכיחות יחסית לטבלה.
- הוסיפו את הצפיפות של כל מחלקה לטבלה.
- מהי צורת ההתפלגות של הגבהים?

6) להלן התפלגות המשקל של קבוצה מסוימת בק"ג:

משקל	מספר מקרים
40-45	10
45-50	20
50-60	30
60-65	20
65-70	10

- תארו את ההתפלגות באופן גרפי.
- מה ניתן להגיד על צורת ההתפלגות?

7) להלן גיל המטופלים של ד"ר שוורץ בשנים :
קנה מידה :



- א. מה המשתנה הנחקר? האם הוא בדיד או רציף?
- ב. מהי הקבוצה הנחקרת?
- ג. תרגמו את ההסיטוגרמה לטבלת שכיחות.
- ד. מהי הפרופורציה של המטופלים של ד"ר שוורץ בגילאים 20-30?

תשובות סופיות:

(1) א. להלן טבלה: ב. עיין גרף מלא בסרטון הוידאו.

x	$f(x)$	$\frac{f(x)}{n}$	%
ערוץ 1	25	$\frac{25}{200}$	12.5%
ערוץ 10	25	$\frac{25}{200}$	12.5%
ערוץ 2	75	$\frac{75}{200}$	37.5%
כבלים	50	$\frac{50}{200}$	25%
לא צפו	25	$\frac{25}{200}$	12.5%
סה"כ	200	1	100%

- (2) א. מקצוע מועדף. ב. 19.6%.
- (3) א. משתנה נחקר: השכלה, סוג: סדר. ב. עיין גרף מלא בסרטון הוידאו.

(4) א. המשתנה : ציון, משתנה בדיד.
ד. עיין גרף מלא בסרטון הוידאו.

ב+ג. להלן טבלה :

x	$f(x)$	$\frac{f(x)}{n}$	%
4	1	$\frac{1}{20}$	5%
5	2	$\frac{2}{20}$	10%
6	6	$\frac{6}{20}$	30%
7	4	$\frac{4}{20}$	20%
8	4	$\frac{4}{20}$	20%
9	2	$\frac{2}{20}$	10%
10	1	$\frac{1}{20}$	5%
סה"כ	20	20	100%

(5) א. גובה בס"מ, רציף.

ב+ג+ד. להלן טבלה :

ה. אסימטרית.

x	$f(x)$	$\frac{f(x)}{n}$	%	d
155-160	5	$\frac{5}{100}$	5%	1
160-165	10	$\frac{10}{100}$	10%	2
165-170	15	$\frac{15}{100}$	15%	3
170-180	40	$\frac{40}{100}$	40%	4
180-190	30	$\frac{30}{100}$	30%	3

- 6) א. עיין גרף מלא בסרטון הוידאו. ב. סימטרית.
- 7) א. המשתנה: גיל בשנים, משתנה רציף. ב. המטופלים של ד"ר שוורץ.
- ד. להלן טבלה: ה. 62.5%.

$f(x)$	x
8	10-20
40	20-30
16	30-50

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 2 - סטטיסטיקה תיאורית - גבולות מדומים וגבולות אמיתיים (יחידה 2)

תוכן העניינים

1. כללי 12

סטטיסטיקה תיאורית – גבולות מדומים וגבולות אמיתיים:

רקע:

עבור משתנה רציף נהוג לתאר את הנתונים בטבלת שכיחויות במחלקות. הנתונים שנאספים הם ברמת דיוק מסוימת. לדוגמה: משקל של בני אדם ומשקל של יהלומים יסקלו ברמת דיוק שונה.

גבולות מדומים:

כאשר גבול עליון של מחלקה אחת שונה מגבול תחתון של המחלקה הבאה אז הגבולות הם גבולות מדומים. כשהגבולות מדומים, ההפרש בין גבול תחתון של מחלקה לבין גבול עליון של המחלקה הקודמת יהיה רמת הדיוק.

רמת הדיוק חייבת להיות קבועה - אין אפשרות שחלק מהאנשים נדייק ברמה אחת ואת השאר ברמה אחרת. בגלל שהמשתנה הוא משתנה רציף, כשננתח את הנתונים נעבור מגבולות מדומים לגבולות אמיתיים. אם הנתונים יינתנו בגבולות מדומים נהפוך אותם תמיד לגבולות אמיתיים.

כיצד עוברים מגבולות מדומים לגבולות אמיתיים?

לוקחים את רמת הדיוק ומחלקים אותה ב-2, ואת התוצאה המתקבלת מוסיפים לגבולות העליונים ומפחיתים מהגבולות התחתונים. אם יתנו נתונים בגבולות מדומים אנחנו מוכרחים לעבור לגבולות אמיתיים על מנת להמשיך ולנתח, אך אם הנתונים כבר יינתנו בגבולות אמיתיים נשאיר אותם כמו שהם.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

להלן התפלגות הגבהים בס"מ של תלמידי כיתה ח': יש להעביר את הנתונים לגבולות אמיתיים.

$f(x)$	x
20	130-139
25	140-149
30	150-159
20	160-169
10	170-189

שאלות:

- (1) להלן התפלגות של משתנה בהצגה של מחלקות.
יש להעביר את הנתונים לגבולות אמיתיים:

$f(x)$	X
542	500-590
32	600-690
154	700-790
254	800-890

- (2) להלן התפלגות המשקלים בק"ג של קבוצת אנשים מסוימת.
יש לרשום את הנתונים בגבולות אמיתיים:

מספר אנשים	משקל בק"ג
18	60-64
24	65-69
52	70-79
19	80-89

תשובות סופיות:

- (1) להלן טבלה:

$f(x)$	x
542	495-595
32	595-695
154	695-795
254	795-895

- (2) להלן טבלה:

$f(x)$	x
18	59.5-64.5
24	64.5-69.5
52	69.5-79.5
19	79.5-89.5

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 3 - סטטיסטיקה תיאורית - סכימה (יחידה 2)

תוכן העניינים

1. כללי 14

סטטיסטיקה תיאורית – סכימה:

רקע:

בסטטיסטיקה ישנה צורת רישום מקובלת לסכום של תצפיות: $\sum_{i=1}^n X_i$.

נסביר את צורת הרישום על ידי הדוגמה הבאה:

i	X_i
1	5
2	0
3	1
4	3
5	2

(הסבר מלא מופיע בסרטונים באתר).

שאלות:

- 1) בבניין 5 דירות. לכל דירה רשמו את מספר החדרים שיש בדירה (X), ומספר הנפשות החיות בדירה (Y) חשבו:

מספר דירה	X	Y
1	2	1
2	3	1
3	2	2
4	4	3
5	3	2

א. $\sum_{i=1}^3 X_i$

ב. $\sum_{i=1}^5 Y_i$

ג. $\sum_{i=1}^4 X_i$

ד. $\left(\sum_{i=1}^4 X_i \right)^2$

ה. $\sum X_i$

ו. $\sum X_i Y_i$

ז. $\sum (X_i) \sum (Y_i)$

- (2) נתון לוח ערכי המשתנים X_i ו- Y_i , כאשר: $i = 1, 2, \dots, 6$, ונתונים הקבועים:
 $a = 2$, $b = 5$. חשבו את הנוסחאות הבאות:

i	1	2	3	4	5	6
X_i	3	2	4	-2	1	4
Y_i	2	0	0	1	-5	2

א. $\sum_{i=1}^4 y_i$

ב. $\sum_{i=1}^6 a$

ג. $\sum_{i=1}^6 x_i y_i$

ד. $\sum_{i=1}^6 (x_i + y_i)$

ה. $\sum_{i=1}^6 x_i + a$

- (3) קבעו לכל זהות האם היא נכונה:

א. $\sum_{i=1}^n bX_i = b \cdot \sum_{i=1}^n X_i$

ב. $\sum_{i=1}^n a = a \cdot n$

ג. $\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$

תשובות סופיות:

- | | | | |
|--------------|-----------|--------------|---------|
| 1) א. 7. | ב. 9. | ג. 11. | ד. 121. |
| ה. 14. | ו. 27. | ז. 126. | |
| 2) א. 3. | ב. 12. | ג. 7. | ד. 12. |
| ה. 14. | | | |
| 3) א. נכונה. | ב. נכונה. | ג. לא נכונה. | |

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 4 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום מרכזי (יחידה 2)

תוכן העניינים

1. כללי 18

סטטיסטיקה תיאורית – מדדי מיקום מרכזי:

רקע:

המטרה במדדי המיקום המרכזי היא למדוד את מרכז ההתפלגות של התצפיות.

השכיח – Mode:

השכיח הוא הערך הנפוץ ביותר בהתפלגות.

ברשימה

הערך החוזר על עצמו הכי הרבה פעמים: 7, 9, 4, 8, 4, 10, 6.

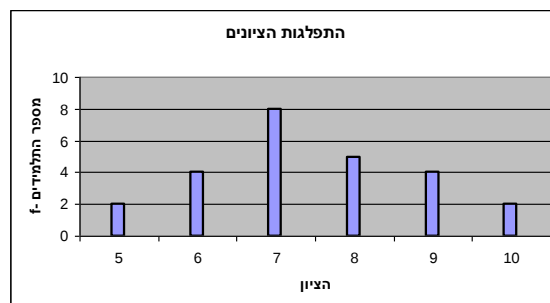
בטבלת שכיחויות בדידה

הערך שהשכיחות שלו היא הגבוהה ביותר.

$f(x)$	# תוכניות החיסכון
100	0
75	1
25	2
25	3
25	4

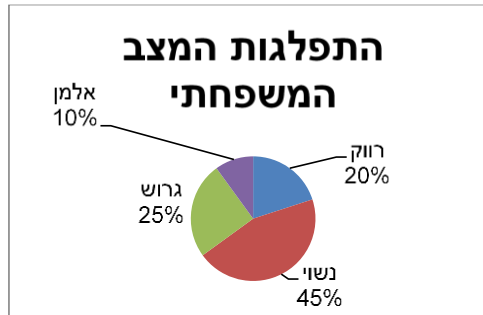
בדיאגרמת מקלות

שיעור ה- X של המקל הגבוה ביותר.



בעוגה

הערך של הפלח הגדול ביותר.



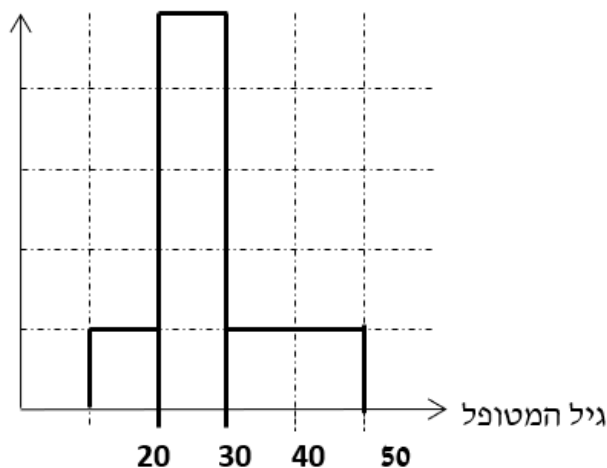
בטבלת שכיחויות במחלקות

אמצע המחלקה עם הצפיפות הגבוהה ביותר.
לדוגמה, התפלגות הציונים בכיתה :

$f(x)$	X
20	0-60
10	60-70
18	70-80
15	80-90
15	90-100

בהיסטוגרמה

שיעור ה- X של אמצע המחלקה הגבוהה ביותר.
לדוגמה, גיל המטופלים של ד"ר שוורץ בשנים :



= 8

כללי

יתכן שלהתפלגות יותר משכיח אחד.
השכיח הוא מדד הרלבנטי לכל סוגי המשתנים.

אמצע תחום (טווח) – Midrange:

הממוצע בין התצפית הגבוהה ביותר לתצפית הנמוכה ביותר:

$$MR = \frac{X_{\min} + X_{\max}}{2}$$

החציון – Median:

החציון הוא ערך שמחצית מהתצפיות קטנות או שוות לו ומחצית מהתצפיות גדולות או שוות לו.

ברשימה

נסדר את התצפיות בסדר עולה.

אם יש מספר אי זוגי של איברים, מקומו של החציון יהיה התצפית שמיקומה: $\frac{n+1}{2}$.

אם יש מספר זוגי של איברים – החציון הוא ממוצע של האיבר ה- $\frac{n}{2}$,

והאיבר ה- $\frac{n}{2} + 1$, כלומר שיש מספר אי-זוגי של תצפיות החציון יהיה: $md = X_{\frac{n+1}{2}}$,

וכשיש מספר זוגי של תצפיות החציון יהיה: $md = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$.

בטבלת שכיחויות בדידה

נעשה תהליך דומה אך נעזר בשכיחות המצטברת.

דיאגרמת מקלות

נמיר לטבלת שכיחויות בדידה במטרה למצוא את החציון.

בטבלת שכיחויות במחלקות

שלב א: נמצא את המחלקה החציונית שמיקומה יהיה $\frac{n}{2}$.

שלב ב: נציב בנוסחה הבאה: $Md = L_0 + \frac{\frac{n}{2} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0)$

$F(x_{m-1})$ - שכיחות מצטברת של מחלקה אחת לפני המחלקה החציונית.
 $f(x_m)$ - השכיחות של המחלקה החציונית.

L_0 - גבול התחתון של המחלקה.

L_1 - גבול העליון של המחלקה.

היסטוגרמה

החציון הוא הערך על ציר ה- X שמחלק את ההיסטוגרמה לשני חלקים שווים בשטח.

כללי

החציון אינו רלבנטי למשתנה מסולם שמי ולא רלבנטי למשתנה איכותי.

הממוצע – Average:

הממוצע הוא מרכז הכובד של ההתפלגות.

ברשימה

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

בטבלת שכיחויות

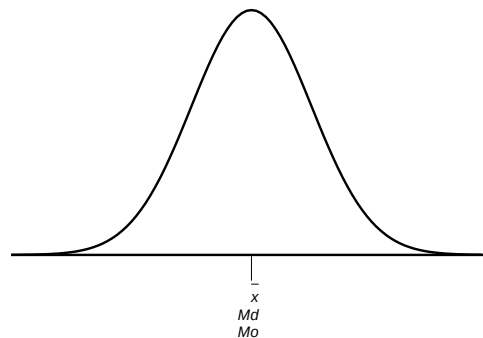
$$\bar{X} = \frac{\sum x \cdot f}{n}$$

כללי

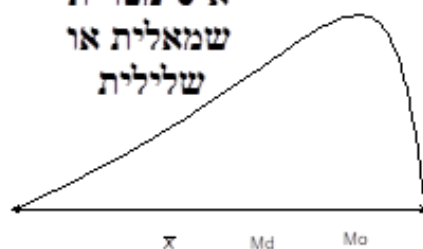
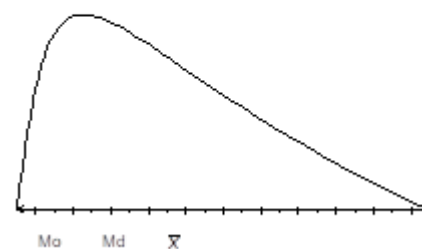
הממוצע רלבנטי רק למשתנה כמותי.

מדדי המיקום המרכזי בהתפלגויות המיוחדות:

בהתפלגות סימטרית פעמונית כל מדדי המרכז שווים זה לזה:

התפלגות סימטרית

בהתפלגות סימטרית השכיח לא חייב להיות במרכז:

התפלגות U
**התפלגות
א-סימטרית
שמאלית או
שלילית**

**התפלגות א-סימטרית
ימנית או חיובית**


שאלות:

- (1) להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:
- 6, 5, 8, 7, 6, 6, 7, 8, 5, 4, 6, 10, 9, 8, 6, 7.
- חשבו את החציון, השכיח, והממוצע של הציונים.
- (2) בדקו את מספר החדרים לדירה בבניין בן 5 דירות והתקבל ממוצע 3.8. לגבי 4 דירות נמצא מספר חדרים: 4, 3, 4, 5.
- א. כמה חדרים יש בדירה החמישית?
- ב. מהו השכיח ומהו החציון?
- (3) להלן התפלגות מספר מקלטי הטלויזיה שנספרו עבור כל משפחה ביישוב מסוים:

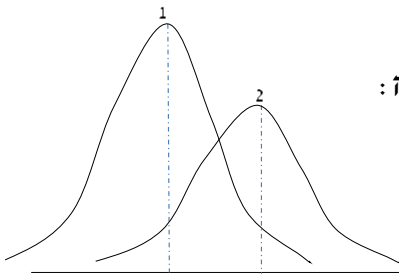
מספר משפחות	מספר מקלטים
22	0
28	1
18	2
22	3
10	4

- א. חשבו את הממוצע, החציון והשכיח של ההתפלגות.
- ב. הסבירו ללא חישוב כיצד כל מדד שחישבת בסעיף א' היה משתנה אם חלק מהמשפחות (לא כולן) שלא היה להם עד היום טלויזיה היו רוכשים מקלט אחד.

- (4) להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב "הגורן":

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

- א. כמה משפחות יש ביישוב?
- ב. מה אחוז המשפחות ביישוב עם לכל היותר 2 מכוניות?
- ג. חשבו את הממוצע, החציון והשכיח.
- הקפידו להסביר לגבי כל סעיף מה משמעות התוצאה שקיבלתם!



- (5) מורה לימד 2 כיתות, הוא תיאר באותה מערכת צירים את התפלגות הציונים בכל כיתה. בחרו בתשובה הנכונה:
- בכיתה 1 השכיח גבוה יותר מכיתה 2.
 - בכיתה 2 השכיח גבוה יותר מכיתה 1.
 - בשתי הכיתות אותו שכיח.
 - לא ניתן לדעת באיזו כיתה השכיח גדול יותר.

תשובות סופיות:

- חציון : 7, שכיח : 6, ממוצע : 6.9
- א. 3. ב. שכיח : 3.4, חציון : 4.
- א. ממוצע : 1.7, חציון : 1.5, שכיח : 1. ב. הממוצע יגדל ויתר המדדים לא ישתנו.
- א. 630. ב. 34.13%. ג. שכיח וחציון : 3, ממוצע : 2.952.
- ב'.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 5 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי פיזור - הטווח, השונות וסטיית התקן
(יחידה 3)

תוכן העניינים

1. כללי 25

סטטיסטיקה תיאורית – מדדי פיזור – הטווח, השונות וסטיית התקן:

רקע:

המטרה: למדוד את הפיזור של הנתונים, כלומר כמה הם רחוקים זה מזה ושונים זה מזה.

הטווח / תחום (RANGE):

ההפרש בין התצפית הגבוהה ביותר לנמוכה ביותר: $R = X_{\max} - X_{\min}$.

שונות וסטיית תקן:

שונות היא ממוצע ריבועי של הסטיות מהממוצע וסטיית התקן היא שורש של השונות.

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \quad \text{עבור סדרת נתונים}$$

דוגמאות:

(1) נחשב את השונות של סדרת המספרים הבאה: 5, 4, 9.

$$S_x^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{n} = \frac{\sum x^2 \cdot f}{n} - \bar{x}^2 \quad \text{עבור טבלת שכיחויות}$$

(2) להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת בה ממוצע הציונים הוא 7.44.

הציון X	השכיחות F	$x^2 \cdot F$
5	2	50
6	4	144
7	8	392
8	5	320
9	4	324
10	2	200
סה"כ		1430

$$S_x^2 = \frac{\sum x^2 f(x)}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1430}{25} - 7.44^2 = 1.8464$$

$$S = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{1.8464} = 1.3588$$

כשיש מחלקות נעזר באמצע המחלקה כדי לחשב את השונות.

שאלות:

- (1) להלן רשימת הציונים של 20 תלמידים שנבחנו במבחן הבנת הנקרא:
 6, 5, 8, 7, 6, 8, 7, 6, 5, 4, 6, 10, 9, 8, 6, 7.
 חשבו את השונות, סטיית התקן והטווח של הציונים.

- (2) להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה בישוב "הגורן":

מספר מכוניות למשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות	65	150	220	140	55

- א. חשבו סטיית התקן.
 ב. חשבו את הטווח של הנתונים.
 הקפידו להסביר לגבי כל סעיף מה משמעות התוצאה שקיבלתם.
- (3) בחברה העוסקת בטלמרקטינג בדקו עבור כל עובד את מספר שנות הוותק שלו. התקבל שממוצע שנות הוותק הוא 4 שנים וסטיית התקן היא שנתיים.
 א. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים עם וותק של 4 שנים להתפלגות?
 ב. האם הממוצע יגדל/יקטן/לא ישתנה וסטיית התקן תגדל/תקטן/לא תשנה כאשר יתווספו שני עובדים אשר אחד עם וותק של 0 שנים והשני עם וותק של 8 שנים להתפלגות?
- (4) נתונה רשימה של 5 תצפיות, אך רק עבור 4 מהן נרשמו הסטיות שלהן מהממוצע: 2, 3, 2, 1-. חשבו את השונות של חמש התצפיות.
- (5) בשכונה בדקו בכל דירה את מספר החדרים לדירה. בשכונה 200 דירות.

מספר חדרים	פרופורציה
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.15
5	

- א. מה הממוצע של מספר החדרים לשכונה בדירה?
 ב. חשבו את סטיית התקן של מספר החדרים לדירה.
 ג. חלק מבעלי הדירות בנות 2 החדרים הפכו את דירתם לדירת חדר. כיצד הדבר ישפיע(יקטין, יגדל, לא ישנה) על כל מדד שחישבתם בסעיפים הקודמים

תשובות סופיות:

- (1) שונות : 2.19, סטיית תקן : 1.48, טווח : 6.
- (2) א. סטיית תקן : 1.106. ב. טווח : 4.
- (3) א. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תקטן.
ב. ממוצע לא ישתנה, סטיית התקן תגדל.
- (4) 10.8.
- (5) א. 3.05. ב. 1.16. ג. ממוצע: יקטן, סטיית התקן: תגדל.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 6 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי מיקום יחסי - ציון תקן (יחידה 3)

תוכן העניינים

1. כללי..... 28

סטטיסטיקה תיאורית – מדדי מיקום יחסי – ציון תקן:

רקע:

המטרה למדוד איך תצפית ממוקמת ביחס לשאר התצפיות בהתפלגות.

ציון תקן:

הנוסחה לציון תקן של תצפית היא: $Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$.

ציון התקן נותן כמה סטיות תקן סוטה התצפית מהממוצע. כלומר, ציון התקן מעיד על כמה סטיות תקן התצפית מעל או מתחת לממוצע:

- ציון תקן חיובי אומר שהתצפית מעל הממוצע.
- ציון תקן שלילי אומר שהתצפית מתחת לממוצע.
- ציון תקן אפס אומר שהתצפית בדיוק בממוצע.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במקום עבודה מסוים, ממוצע המשכורות הוא 8 אלף ₪, עם סטית תקן של אלפיים ₪. באותו מקום עבודה ההשכלה הממוצעת של העובדים הנה 14 שנים, עם סטית תקן של 1.5 שנים. ערן מרוויח במקום עבודה זה 11 אלף ₪ והשכלתו 16 שנים. מה ערן יותר, באופן יחסי, משכיל או משתכר?

שאלות:

- (1) תלמידי כיתה ח' ניגשו למבחן בלשון ולמבחן במתמטיקה. להלן התוצאות שהתקבלו:

המקצוע	ממוצע	סטיית תקן
לשון	74	12
מתמטיקה	80	16

עודד קיבל: 68 בלשון ו-70 במתמטיקה.

- א. באיזה מקצוע עודד טוב יותר באופן יחסי לשכבה שלו?
 ב. איזה ציון עודד צריך לקבל במתמטיקה כדי שיהיה שקול לציונו בלשון?

- (2) במפעל לייצור מצברים לרכב בדקו במשך 40 ימים את התפוקה היומית (מספר מצברים במאות) ואת מספר הפועלים שעבדו באותו היום. להלן טבלה המסכמת את המידע שנאסף על שני המשתנים:

ממוצע	תפוקה	מספר פועלים
ממוצע	48	15
סטיית תקן	10	2

- באחד הימים מתוך כלל הימים שנבדקו התפוקה הייתה 50 מאות מצברים ובאותו היום עבדו 13 פועלים.
 מה יותר חריג באותו היום, יחסית לשאר הימים שנבדקו: נתוני התפוקה או כמות הפועלים?
 א. התפוקה.
 ב. כמות הפועלים.
 ג. חריגים באותה מידה.
 ד. חסרים נתונים כדי לדעת זאת.

- (3) הגובה הממוצע של המתגייסים לצבא הוא 175 סנטימטר עם סטיית תקן של 10 סנטימטר. המשקל הממוצע הוא 66 ק"ג עם סטיית תקן של 8 ק"ג. ערך התגייס כשגובהו 180 ס"מ ומשקלו 59 ק"ג.
 א. במה ערך חריג יותר ביחס לשאר המתגייסים, גובהו או משקלו?
 ב. כמה ערך אמור לשקול כדי שמשקלו יהיה שקול לגובהו?

תשובות סופיות:

- (1) א. לשון. ב. 72.
 (2) ב'.
 (3) א. משקל. ב. 70.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 7 - סטטיסטיקה תיאורית - שאלות (יחידות 2-3 מומלץ כשאלות
מסכמות למבחן)

תוכן העניינים

1. כללי 30

סטטיסטיקה תיאורית – שאלות מסכמות:

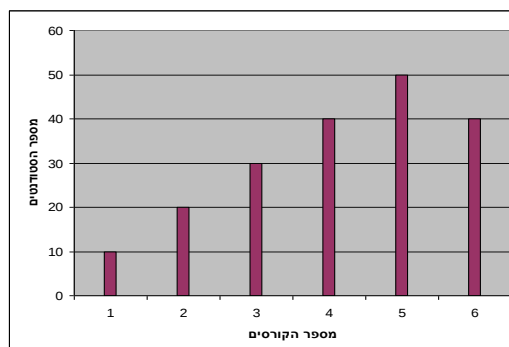
שאלות:

(1) בדקו עבור 5 תלמידים את המשקל שלהם:

משקל בק"ג	מספר תלמיד
58	1
62	2
48	3
34	4
58	5

- א. מהו המשתנה הנחקר? בדיד או רציף?
- ב. מה המשקל החציוני, הממוצע והשכיח?
- ג. מה הטווח וסטיית התקן של המשקל?
- ד. לאותם תלמידים חישבו גם את הגובה בס"מ וקיבלו גובה ממוצע של 168 וסטיית תקן 6. במה תלמיד מספר 3, שגובהו 162, יותר חריג – במשקל או בגובה?
- ה. הוסיפו עוד תלמיד השוקל 52 ק"ג בדיוק. הסבירו ללא חישוב כיצד הדבר ישפיע על הממוצע וסטיית התקן (יגדיל, יקטין או לא ישנה).

(2) בפקולטה להנדסה אספה המזכירות נתונים לגבי מס' הקורסים שכל סטודנט סיים בשנה הראשונה ללימודיו בשנת 2008. להלן התוצאות שהתקבלו:



- א. מה המשתנה הנחקר? בדיד או רציף?
- ב. מהי צורת ההתפלגות?
- ג. תארו את הנתונים בטבלת שכיחויות.
- ד. חשבו את השכיח, החציון והטווח.

(3) להלן התפלגות הציונים בבחינה בלשון שנעשתה עבור תלמידי כיתות ד'.

במחקר השתתפו 150 תלמידים. ממוצע הציונים שהתקבל: $\bar{X} = 7\frac{1}{15}$.

ציון	מספר התלמידים
4	12
5	16
6	
7	38
8	
9	14
10	10

א. השלימו את השכיחויות החסרות בטבלה.

ב. חשבו את הציון החציוני, השכיח.

ג. חשב שונות וסטיית תקן להתפלגות הציונים.

(4) להלן מספר טענות, עבור כל טענה ציינו אם היא נכונה או לא נכונה ונמקו:

א. בסדרה שבה כל התצפיות שוות זו לזו השונות הינה 0.

ב. ציון התקן של החציון תמיד יהיה 0.

ג. ציון התקן של האחוזון ה-70 בהתפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) תמיד יהיה חיובי.

ד. אם נוסיף תצפיות לסדרה של תצפיות, הדבר בהכרח יגדיל את הממוצע של הסדרה.

ה. בסדרה החציון הינו 80. הוספו שתי תצפיות אחת 79 ואחת 100 לכן החציון יגדל.

ו. אם נוסיף את הערך 4 לכל התצפיות אז סטיית התקן לא תשתנה.

ז. אם נחלק את כל התצפיות בהתפלגות ב-2 אז השונות תקטן פי 2.

ח. אם נגדיל את ממוצע המשכורות של עובדים בחברה אז גם השונות תגדל.

תשובות סופיות:

- (1) א. המשתנה הנחקר: משקל תלמיד בק"ג, משתנה כמותי רציף.
 ב. $\bar{X} = 52$, $Md = X_{\frac{n+1}{2}} = X_3 = 58$, שכיח: 58.
 ג. $R = 28$, $S = 10.12$.
 ד. הוא חריג יותר בגובה כי שם ציון התקן בערך מוחלט יותר גבוה.
 ה. הממוצע לא ישתנה אך סטיית התקן תקטן.
- (2) א. מספר הקורסים, בדיד. ב. התפלגות אסימטרית שמאלית.
 ג. להלן טבלה: ד. שכיח: 5, טווח: 5.

$f(x)$	x
10	1
20	2
30	3
40	4
50	5
40	6
190	סה"כ

- (3) א. 20 תלמידים קיבלו ציון 6 ו-40 תלמידים קיבלו ציון 8.
 ב. חציון: 7, שכיח: 8. ג. שונות: 2.533, סטיית תקן: 1.592.
- (4) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון. ה. לא נכון.
 ו. נכון. ז. לא נכון. ח. לא נכון.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 8 - התפלגויות רציפות מיוחדות - התפלגות נורמלית (יחידה 4 שימו לב
את שאלות 9 ואילך לפתור רק כחזרה לבחינה)

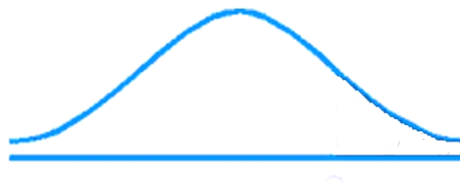
תוכן העניינים

1. כללי 33

התפלגויות רציפות מיוחדות – התפלגות נורמלית:

רקע:

התפלגות נורמלית הינה התפלגות של משתנה רציף. ישנם משתנים רציפים מסוימים שנהוג להתייחס אליהם כנורמליים כגון: זמן ייצור, משקל תינוק ביום היוולדו ועוד. פונקציית הצפיפות של ההתפלגות הנורמלית נראית כמו פעמון:



לעקומה זו קוראים גם עקומת גאוס ועקומה אחת נבדלת מהשנייה באמצעות הממוצע וסטיית התקן שלה.

אלה הם הפרמטרים שמאפיינים את ההתפלגות: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

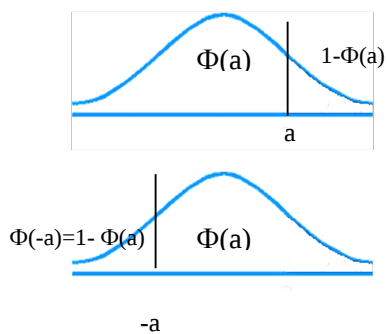
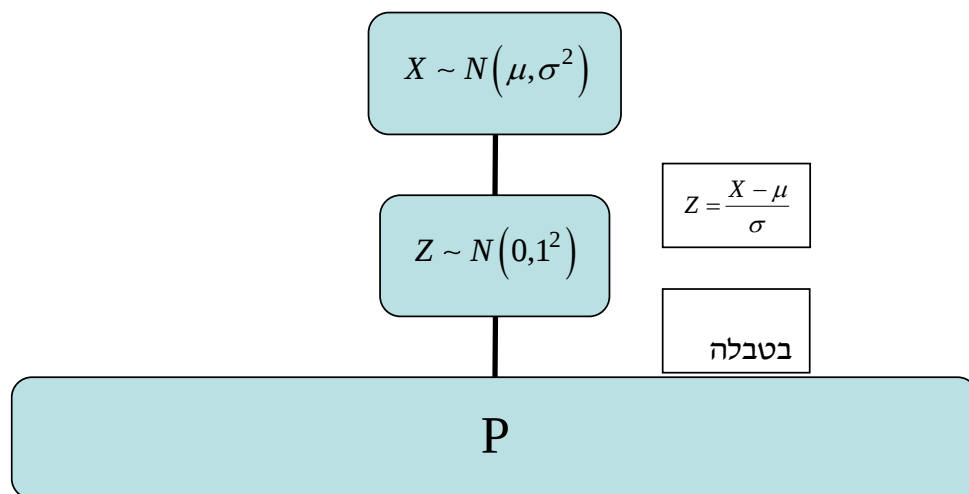
$$\text{נוסחת פונקציית הצפיפות: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

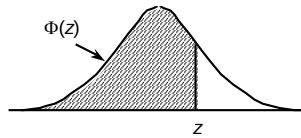
כדי לחשב הסתברויות בהתפלגות נורמלית יש לחשב את השטחים הרלוונטיים שמתחת לעקומה. כדי לחשב שטחים אלה נמיר כל התפלגות נורמלית להתפלגות נורמלית סטנדרטית על ידי תהליך הנקרא תקנון. התפלגות נורמלית סטנדרטית היא התפלגות נורמלית שהממוצע שלה הוא אפס וסטיית התקן היא אחת, והיא תסומן באות Z : $Z \sim N(0, 1^2)$.

$$\text{תהליך התקנון מבוצע על ידי הנוסחה הבאה: } Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

אחרי תקנון מקבלים ערך הנקרא ציון תקן. ציון התקן משמעו בכמה סטיות תקן הערך סוטה מהממוצע.

לאחר חישוב ציון התקן של ערך מסוים נעזרים בטבלה של ההתפלגות הנורמלית הסטנדרטית לחישוב השטח הרצוי, ובאופן כללי נתאר את הסכמה הבאה:



טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי $\Phi(z)$:


z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995

דוגמה (הפתרון בהקלטה):

משקל חפיסות שוקולד המיוצרות בחברה מתפלג נורמלית עם ממוצע 100 גרם בסטיית תקן של 8 גרם.

- (1) מה אחוז חפיסות השוקולד ששוקלות מתחת ל-110 גרם?
- (2) מה אחוז חפיסות השוקולד השוקלות מעל 110 גרם?
- (3) מה אחוז חפיסות השוקולד השוקלות מתחת ל 92 גרם?
- (4) מהו המשקל ש-90% מהחפיסות בקו הייצור שוקלים פחות מהם?

שאלות:

- (1) הגובה של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 170 ס"מ וסטית תקן של 10 ס"מ.
- מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל-182.4 ס"מ?
 - מה אחוז האנשים שגובהם מעל 190 ס"מ?
 - מה אחוז האנשים שגובהם בדיוק 173.6 ס"מ?
 - מה אחוז האנשים שגובהם מתחת ל-170 ס"מ?
 - מה אחוז האנשים שגובהם לכל היותר 170 ס"מ?
- (2) נתון שהזמן שלוקח לתרופה מסוימת להשפיע מתפלג נורמלית עם ממוצע של 30 דקות ושונות של 9 דקות רבועות.
- מהי פרופורציית המקרים בהן התרופה תעזור אחרי יותר משעה?
 - מה אחוז מהמקרים שבהן התרופה תעזור בין 35 ל-37 דקות?
 - מה הסיכוי שהתרופה תעזור בדיוק תוך 36 דקות?
 - מה שיעור המקרים שבהן ההשפעה של התרופה תסטה מ-30 דקות בפחות מ-3 דקות?
- (3) המשקל של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 60 ק"ג וסטיית תקן של 8 ק"ג.
- מה אחוז האנשים שמשקלם נמוך מ-55 ק"ג?
 - מהי פרופורציית האנשים באוכלוסייה שמשקלם לפחות 50 ק"ג?
 - מהי השכיחות היחסית של האנשים באוכלוסייה שמשקלם בין 60 ל-70 ק"ג?
 - לאיזה חלק מהאוכלוסייה משקל הסוטה מהמשקל הממוצע בלא יותר מ-4 ק"ג?
 - מה הסיכוי שאדם אקראי ישקול מתחת ל-140 ק"ג?
- (4) משקל תינוקות ביום היוולדם מתפלג נורמלית עם ממוצע של 3300 גרם וסטית תקן 400 גרם.
- מצאו את העשירון העליון.
 - מצאו את האחוזון ה-95.
 - מצאו את העשירון התחתון.

- (5) ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמלית עם ממוצע 100 ושונות 225.
- מה העשירון העליון של הציונים במבחן האינטליגנציה?
 - מה העשירון התחתון של ההתפלגות?
 - מהו הציון ש-20% מהנבחנים מקבלים מעליו?
 - מהו האחוזון ה-20?
 - מהו הציון ש-5% מהנבחנים מקבלים מתחתיו?
- (6) נפח משקה בבקבוק מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 20 מ"ל, ונתון ש-33% מהבקבוקים בעלי נפח שעולה על 508.8 מ"ל.
- מה ממוצע נפח משקה בבקבוק?
 - 5% מהבקבוקים המיוצרים עם הנפח הגבוה ביותר נשלחים לבדיקה, החל מאיזה נפח שולחים בקבוק לבדיקה?
 - 1% מהבקבוקים עם הנפח הקטן ביותר נתרמים לצדקה, מהו הנפח המקסימלי לצדקה?
- (7) אורך חיים של מכשיר מתפלג נורמלית. ידוע שמחצית מהמכשירים חיים פחות מ-500 שעות, כמו כן ידוע ש-67% מהמכשירים חיים פחות מ-544 שעות.
- מהו ממוצע אורך חיי מכשיר?
 - מהי סטית בתקן של אורך חיי מכשיר?
 - מה הסיכוי שמכשיר אקראי יחיה פחות מ-460 שעות?
 - מהו המאיון העליון של אורך חיי מכשיר?
 - 1% מהמכשירים בעלי אורך החיים הקצר ביותר נשלח למעבדה לבדיקה מעמיקה. מהו אורך החיים המקסימלי לשליחת מכשיר למעבדה?
- (8) להלן שלוש התפלגויות נורמליות של שלוש קבוצות שונות ששורטטו באותה מערכת צירים. ההתפלגויות מוספרו כדי להבדיל ביניהן.
- לאיזו התפלגות הממוצע הגבוה ביותר?
 - במה מבין המדדים הבאים התפלגות 1 ו-2 זהות?
 - בעשירון העליון.
 - בממוצע.
 - בשונות.
 - לאיזו התפלגות סטיית התקן הקטנה ביותר?
 - 1.
 - 2.
 - 3.
 - אין לדעת.



(9) הזמן שלוקח לאדם להגיע לעבודתו מתפלג נורמלית עם ממוצע של 40 דקות וסטית תקן של 5 דקות.

א. מה ההסתברות שמשך הנסיעה של האדם לעבודתו יהיה לפחות שלוש רבעי השעה?

ב. אדם יצא לעבודתו בשעה 08:10 מביתו. הוא צריך להגיע לעבודתו בשעה 09:00. מה הסיכוי שיאחר לעבודתו?

ג. אם ידוע שזמן נסיעתו לעבודה היה יותר משלוש רבעי השעה. מה ההסתברות שזמן הנסיעה הכולל יהיה פחות מ-50 דקות?

ד. מה הסיכוי שבשבוע (חמישה ימי עבודה) בדיוק פעם אחת יהיה זמן הנסיעה לפחות שלוש רבעי השעה?

(10) אורך שיר אקראי המשודר ברדיו מתפלג נורמלית עם תוחלת של 3.5 דקות וסטית תקן של שלושים שניות.

א. מה ההסתברות שאורך של שיר אקראי המנוגן ברדיו יהיה בין 3 ל-2.5 דקות?

ב. מהו הטווח הבין רבעוני של אורך שיר המשודר ברדיו?

ג. ביום מסוים מנוגנים 200 שירים ברדיו. כמה שירים מתוכם תצפה שיהיו באורך הנמוך מ-3.5 דקות?

ד. בשעה מסוימת שודרו 8 שירים. מה ההסתברות שרבע מהם בדיוק היו ארוכים מ-4 דקות והיתר לא?

תשובות סופיות:

1	א. 89.25%	ב. 2.28%	ג. 0.	ד. 50%	ה. 50%
2	א. 0%	ב. 3.76%	ג. 0%	ד. 68.26%	
3	א. 26.43%	ב. 89.44%	ג. 39.44%	ד. 0.383	
	ה. 100%				
4	א. 3812.8	ב. 3958	ג. 2787.2		
5	א. 119.2	ב. 80.8	ג. 112.6	ד. 87.4	
6	א. 500	ב. 532.9	ג. 453.48		
7	א. 500	ב. 100	ג. 0.3446	ד. 733	
	ה. 267				
8	א. 3	ב. בממוצע.	ג. 1		
9	א. 0.1587	ב. 0.0228	ג. 0.8563	ד. 0.3975	
10	א. 0.1359	ב. 0.675	ג. 100	ד. 0.25	

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 9 - מדדי קשר - מדד הקשר הליניארי - פירסון (יחידה 5)

תוכן העניינים

1. כללי 41

מדדי קשר – מדד הקשר הליניארי (פירסון):

רקע:

המטרה היא לבדוק האם קיים קשר (קורלציה, מתאם) של קו ישר בין שני משתנים כמותיים.

מבחינת סולמות המדידה קשר בין סולמות רווחים ומנה.

בדרך כלל, X הוא המשתנה המסביר (הבלתי תלוי) ו- Y הוא המשתנה המוסבר (התלוי).

למשל, נרצה להסביר כיצד השכלה של אדם הנמדדת בשנות לימוד X מסבירה את ההכנסה שלו Y . במקרה זה שנות ההשכלה זהו המשתנה המסביר (או הבלתי תלוי) ואנחנו מעוניינים לבדוק כיצד שינויים בשנות ההשכלה של אדם יכולים להסביר את השינויים שלו בהכנסה, ולכן רמת ההכנסה זהו המשתנה המוסבר התלוי במשתנה המסביר אותו.

בשלב הראשון, נהוג לשרטט דיאגרמת פיזור. זו דיאגרמה שנותנת אינדיקציה ויזואלית על טיב הקשר בין שני המשתנים.

דוגמה:

בבניין של 5 דירות בדקו את הנתונים הבאים:

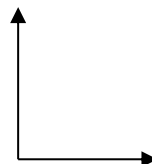
X - מס' חדרים בדירה.

Y - מס' נפשות הגרות בדירה.

להלן התוצאות שהתקבלו:

מס' דירה	X	Y
1	3	2
2	2	2
3	4	3
4	3	3
5	5	4

נשרטט מנתונים הללו דיאגרמת פיזור:



בשלב השני, מחשבים את מקדם המתאם (מדד הקשר) שבודק עד כמה קיים קשר ליניארי בין שני המשתנים.

המדד (נקרא גם מדד הקשר של פירסון) מכמת את מה שניראה בשלב הראשון רק בעין. המדד בודק את כיוון הקשר (חיובי או שלילי) ואת עוצמת הקשר (חלש עד חזק).

מקדם מתאם זה מקבל ערכים בין -1 ל-1.

מקדם מתאם -1 או 1 אומר שקיים קשר ליניארי מוחלט ומלא בין המשתנים שניתן לבטאו על ידי הנוסחה: $y = bx + a$.

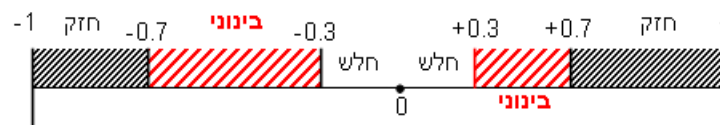
מתאם חיובי מלא (מקדם מתאם 1) אומר שקיים קשר ליניארי מלא בו השיפוע b יהיה חיובי ואילו מתאם שלילי מלא אומר שקיים קשר ליניארי מלא בו השיפוע b שלילי (מקדם מתאם -1).

מתאם חיובי חלקי אומר שככל שמשתנה אחד עולה לשני יש נטייה לעלות בערכו אבל לא קיימת נוסחה ליניארית שמקשרת את X ל- Y באופן מוחלט.

מתאם שלילי חלקי אומר שככל שמשתנה אחד עולה לשני יש נטייה לרדת אבל לא קיימת נוסחה ליניארית שמקשרת את X ל- Y באופן מוחלט.

ככל שערך מקדם המתאם קרוב לאפס נאמר שעוצמת הקשר חלשה יותר וככל שמקדם המתאם רחוק מהאפס נאמר שעוצמת הקשר חזקה יותר.

מקדם המתאם יסומן באות r .



כדי לחשב את מקדם המתאם, יש לחשב את סטיות התקן של כל משתנה ואת השונות המשותפת.

$$\text{שונות משותפת: } COV_{(x,y)} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n} = \frac{\sum xy}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$\text{שונות של המשתנה } X: S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\text{שונות המשתנה } Y: S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2$$

$$\text{מקדם המתאם הליניארי: } r_{xy} = \frac{COV(x,y)}{S_x \cdot S_y}$$

שאלות:

- 1) להלן נתונים לגבי שישה תלמידים שנגשו למבחן. בדקו לגבי כל תלמיד את הציון שלו בסוף הקורס וכמו כן את מספר החיסורים שלו מהקורס.

מספר חיסורים	ציון
2	80
1	90
0	90
2	70
3	70
4	50

- א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים.
 מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על טיב הקשר בין מספר החיסורים של תלמיד לציונו? מיהו המשתנה הבלתי תלוי ומיהו המשתנה התלוי?
 ב. חשב את מדד הקשר של פירסון.
 האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?
 ג. הסבר ללא חישוב כיצד מקדם המתאם היה משתנה אם היה מתווסף תלמיד שהחסיר 4 פעמים וקיבל ציון 80?
- 2) במחקר רפואי רצו לבדוק האם קיים קשר בין רמת ההורמון X בדם החולה לרמת ההורמון Y שלו.
 לצורך כך מדדו את רמת ההורמונים הללו עבור חמישה חולים.
 להלן התוצאות שהתקבלו:

X	Y
10	12
14	15
15	15
18	17
20	21

- א. מה הממוצע של כל רמת הורמון?
 ב. מהו מקדם המתאם בין ההורמונים?
 ומה משמעות התוצאה?

(3) נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76, \sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2 = 76, \sum_{i=1}^{20} X_i = 240, \sum_{i=1}^{20} Y_i = 200$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

א. חשב את מדד הקשר הליניארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?

ב. מה המשמעות של התוצאה שקיבלת בסעיף א'?

(4) נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} X_i = 240, \sum_{i=1}^{20} Y_i = 200, \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 2960, \sum_{i=1}^{20} Y_i^2 = 2080, \sum_{i=1}^{20} X_i Y_i = 2464$$

חשב את מדד הקשר הליניארי בין X ל- Y .

(5) במוסד אקדמי ציון ההתאמה מחושב כך: מכפילים את הציון הממוצע בבגרות ב-3 ומפחיתים 2 נקודות. ידוע שעבור 40 מועמדים סטיית התקן של ממוצע הציון בבגרות הייתה 2. מה מקדם המתאם בין ציון ההתאמה לציון הממוצע בבגרות שלהם?

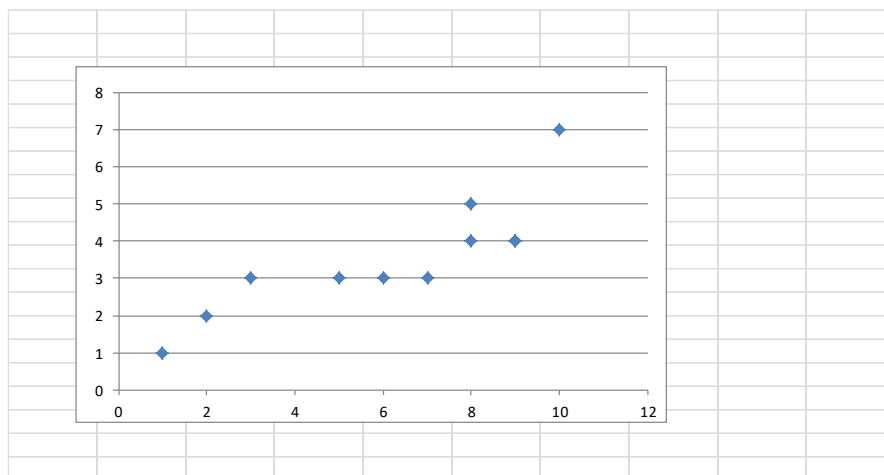
(6) להלן רשימת טענות. לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק! א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ₪. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1. ב. לסדרה של נתונים התקבל: $\bar{X} = \bar{Y} = 6, S_x = S_y = 1$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1. ג. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

(7) נמצא שקיים מקדם מתאם שלילי בין הציון בעברית לציון בחשבון בבחינה לכן: א. הדבר מעיד שהציונים בכתה היו שליליים. ב. ככל שהציון של תלמיד יורד בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית. ג. ככל שהציון של תלמיד עולה בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית. ד. אף אחת מהתשובות לא נכונה.

8) נלקחו 20 מוצרים וניבדק ביום מסוים המחיר שלהם בדולרים והמחיר שלהם בש"ח (באותו היום ערך הדולר היה 4.2 ₪). מהו מקדם המתאם בין המחיר בדולר למחיר ב-₪?

- א. 1.
- ב. 0.
- ג. 4.2.
- ד. לא ניתן לדעת.

9) להלן דיאגרמת פיזור:



מה יהיה מקדם המתאם בין שני המשתנים?

- א. 1.
- ב. 0.85.
- ג. 0.15.
- ד. 0.

תשובות סופיות:

- (1) ב. -0.9325 .
- (2) א. $\bar{x} = 15.4$, $\bar{y} = 16$. ב. $r_{xy} = 0.96$.
- (3) א. 0.8 .
- (4) 0.8 .
- (5) 1 .
- (6) א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון.
- (7) ג'.
- (8) א'.
- (9) ב'.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 10 - מדדי קשר - רגרסיה ליניארית (יחידה 5)

תוכן העניינים

1. כללי 47

מדדי קשר – רגרסיה ליניארית:

רקע:

במידה וקיים קשר חזק בין שני המשתנים הכמותיים נהוג לבצע ניבוי. לבנות קו ניבויים הנקרא גם קו רגרסיה המנבא משתנה אחד על סמך האחר. מדובר בקו שמנבא את Y על סמך X .

השיטה למציאת הקו הנ"ל נקראת שיטת הריבועים הפחותים והקו המתקבל נקרא קו הרגרסיה או קו הניבויים או קו הריבועים הפחותים.

a - נותן את ערך Y כאשר X הנו אפס על גבי קו הניבויים. הוא נקרא החותך של הקו.

b - הוא שיפוע הקו נותן בכמה בעצם Y משתנה כאשר X גדל ביחידה אחת על גבי קו הניבויים.

להלן המשוואות למציאת הפרמטרים של קו הרגרסיה: $Y = bX + a$, $b = r \frac{S_y}{S_x}$.

לצורך בניית קו ניבויים לניבוי X על סמך Y נצטרך לעדכן את הנוסחאות בהתאם.

שאלות:

- (1) נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200, \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76, \quad \sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y}) = 76$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

- א. חשבו את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?
 ב. מצאו את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה. הסבירו את משמעות הפרמטרים של קו הרגרסיה.
 ג. משפחת כהן הכניסה 15,000 ₪. מה ההוצאה הצפויה שלה?

- (2) נסמן ב- X את ההשכלה של אדם בשנות לימוד. נסמן ב- Y את הכנסתו באלפי ₪. במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$S_x = 2, \quad S_y = 5, \quad \bar{X} = 14, \quad \bar{Y} = 8, \quad \text{COV}(X, Y) = 7.5$$

- א. חשבו את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.
 ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?
 ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000 ₪?

- (3) חוקר רצה לחקור את הקשר הקווי שבין הציון המבחן בסטטיסטיקה לבין מספר שעות ההכנה של הסטודנטים למבחן. במדגם של 100 סטודנטים שנבחנו בקורס נרשמו התוצאות הבאות: הציון הממוצע של הסטודנטים היה 65 עם סטיית תקן של 27. מספר שעות ההכנה הממוצע היה 30 עם סטיית תקן של 18. מקדם המתאם בין הציון לשעות ההכנה היה 0.8.
 א. על פי משוואת הרגרסיה, שעת הכנה נוספת משפרת את ציון המבחן ב-?
 ב. על פי משוואת הרגרסיה, תלמיד שייגש למבחן ללא שעות הכנה כלל יקבל ציון?
 ג. מהו קו הרגרסיה לניבוי הציון לפי שעות ההכנה?

- (4) נתונים 2 משתנים X ו- Y . כמו כן נתון: $\bar{X} = 1.5, S_x = S_y = 4$,
 וכן שקו הרגרסיה של Y על בסיס X הינו: $Y = -0.2X + 0.5$.
 חשבו מהו מקדם המתאם בין X ל- Y .

תשובות סופיות:

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-------------|
| ג. 12.4 אלפי ₪. | ב. $Y = 0.8X + 0.4$. | א. 0.8. (1 |
| ג. 14.6 שנים. | ב. 4.25 אלפי ₪. | א. 0.75. (2 |
| ג. $Y = 1.2X + 29$. | ב. 29. | א. 1.2. (3 |
| | | א. -0.2. (4 |

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 11 - מדדי קשר - שונות מוסברת ושונות לא מוסברת (יחידה 5)

תוכן העניינים

1. כללי 50

מדדי קשר – רגרסיה – שונות מוסברת ושונות לא מוסברת:

רקע:

המטרה ברגרסיה היא להסביר את השונות של המשתנה התלוי. למשל, להסביר את השונות של המשכורת באמצעות הוותק או להסביר את השוני בציונים באמצעות כמות החיסורים.

r^2 - החלק מהשונות של המשתנה התלוי מוסבר. השונות המוסברת נקראת גם שונות ניבויים. השונות הלא מוסברת נקראת גם שונות טעויות.

שאלות:

- (1) נמצא קשר חיובי בעוצמה של 0.7 בין שטח דירה למחירה. כמו כן, נתון שסטיית התקן של מחירי הדירות הינה 200.
- איזה אחוז מהשונות של מחירי הדירות מוסבר על ידי שטח הדירה?
 - איזה אחוז מהשונות של מחירי הדירות לא מוסבר על ידי שטח הדירה?
 - מהי השונות המוסברת ומהי השונות הלא מוסברת של מחירי הדירות?
- (2) להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבעו נכון/לא נכון ונמקו:
- אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.
 - אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השונות הלא מוסברת) תהיה 0.
 - אם השונות המשותפת של X ושל Y היא 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

שאלות רב-ברירה:

- (3) בקשר בין שני משתנים התקבל: $r^2 = 0.64$, לכן:
- ללא יוצא מן הכלל ככל שערכי משתנה אחד עולה השני יעלה.
 - 64% מהשונות של משתנה אחד מוסבר על ידי המשתנה השני.
 - הקשר בין שני המשתנים הוא בעוצמה של 0.64.
 - כל התשובות נכונות.
- (4) אם מגדילים את r^2 , ניתן לומר כי:
- אחוז השונות המוסברת יקטן.
 - אחוז השונות המוסברת יגדל.
 - אחוז השונות המוסברת יישאר ללא שינוי.
 - סטיית התקן משתנה.
 - לא ניתן לדעת.

- (5) בקורס מבוא לכלכלה ניתנו במשך השנה שני מבחנים : מבחן בסוף סמסטר א' X ומבחן בסוף סמסטר ב' Y . כאשר בנו את קו הרגרסיה של הציון במבחן סוף סמסטר ב' לפי הציון במבחן סוף סמסטר א' התקבלה שונות טעויות של 80, ושונות ניבויים של 20.
- לפי נתונים אלו, מקדם המתאם בין הציון במבחן סוף סמסטר א' לבין הציון במבחן סוף סמסטר ב' הוא :
- א. 0.44
 - ב. - 0.44
 - ג. עוצמת ההקשר הלינארי היא 0.44, אך אין אפשרות לדעת את סימנה.
 - ד. אין אפשרות לחשב את מקדם המתאם.
 - ה. 0.35

תשובות סופיות:

- (1) א. 49% ב. 51%
ג. שונות מוסברת : 19,600, שונות לא מוסברת : 20,400
- (2) א. לא נכון. ב. נכון. ג. נכון.
- (3) ב'.
- (4) ב'.
- (5) ג'.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 12 - בעיות בסיסיות בהסתברות (יחידה 6)

תוכן העניינים

1. כללי 53

הגדרות יסודיות:

רקע:

ניסוי מקרי: תהליך לו כמה תוצאות אפשריות. התוצאה המתקבלת נודעת רק לאחר ביצוע התהליך. למשל: תוצאה בהטלת קובייה, מזג האוויר בעוד שבועיים.

מרחב מדגם: כלל התוצאות האפשריות בניסוי המקרי. לדוגמה, בהטלת קובייה: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, או: מזג האוויר בעוד שבועיים: $\{\text{נאה, שרבי, מושלג, גשום, מעונן, חלקית, אביד}\}$.

מאורע: תת קבוצה מתוך מרחב במדגם. מסומן באותיות: A, B, C . בהטלת קובייה למשל, המאורע 'לקבל לפחות 5' יסומן: $A = \{5, 6\}$. המאורע 'לקבל תוצאה זוגית' יסומן: $B = \{2, 4, 6\}$.

גודל מרחב המדגם: מספר התוצאות האפשריות במרחב המדגם. בהטלת קובייה למשל נקבל: $|\Omega| = 6$.

גודל המאורע: מספר התוצאות האפשריות במאורע עצמו. למשל, בהטלת הקובייה האירועים הקודמים יסומנו: $|A| = 2, |B| = 3$.

מאורע משלים: מאורע המכיל את כל התוצאות האפשריות במרחב המדגם פרט לתוצאות במאורע אותו הוא משלים. למשל, בהטלת הקובייה: $\bar{A} = \{1, 2, 3, 4\}$, $\bar{B} = \{1, 3, 5\}$.

מרחב מדגם אחיד (סימטרי): מרחב מדגם בו לכל התוצאות במרחב המדגם יש את אותה עדיפות, אותה סבירות למשל, קובייה הוגנת, אך לא כמו מזג האוויר בשבוע הבא.

הסתברות במרחב מדגם אחיד: במרחב מדגם אחיד הסיכוי למאורע יהיה: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$.

דוגמה: מה הסיכוי בהטלת קובייה לקבל לפחות 5? $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{2}{6}$.

דוגמה: מה הסיכוי בהטלת קובייה לקבל תוצאה זוגית? $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{6}$.

הסתברות במרחב לא אחיד: תחושב לפי השכיחות היחסית: $\frac{f}{n}$.

דוגמה:

להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

הציון x	מספר התלמידים – השכיחות f
5	2
6	4
7	8
8	5
9	4
10	2

מה ההסתברות שתלמיד אקראי שניבחר בכיתה קיבל את הציון 8? $\frac{f}{n} = \frac{5}{25} = 0.2$.

מה ההסתברות שתלמיד אקראי שניבחר בכיתה יכשל? $\frac{f}{n} = \frac{2}{25} = 0.08$.

הסתברות למאורע משלים: הסתברות לקבוצת המשלים של המאורע ביחס למרחב המדגם: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. למשל, בדוגמה הקודמת הסיכוי לעבור את הבחינה יכול

להיות מחושב לפי הסיכוי להיכשל: $P(A) = 1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25}$.

שאלות:

(1) מהאותיות E, F ו- G יש ליצור מילה בת 2 אותיות, לא בהכרח בת משמעות.

א. הרכיבו את כל המילים האפשריות.

ב. רשמו את המקרים למאורע:

i. במילה נמצאת האות E .

ii. במילה האותיות שונות.

ג. רשמו את המקרים למאורע $\bar{A}$.

(2) מטילים זוג קוביות.

א. רשמו את מרחב המדגם של הניסוי. האם מרחב המדגם אחיד?

ב. רשמו את כל האפשרויות לאירועים הבאים:

i. סכום התוצאות 7.

ii. מכפלת התוצאות 12.

ג. חשבו את הסיכויים לאירועים שהוגדרו בסעיף ב'.

(3) נבחר באקראי ספרה מבין הספרות 0-9.

א. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה גדולה מ-5?

ב. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא לכל היותר 3?

ג. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא אי זוגית?

(4) להלן התפלגות מספר מקלטי הטלוויזיה עבור כל משפחה בישוב מסוים:

מספר משפחות	22	28	18	22	10
מספר מקלטים	0	1	2	3	4

נבחרה משפחה באקראי מהישוב.

א. מה ההסתברות שאין מקלטים למשפחה?

ב. מה ההסתברות שיש מקלטים למשפחה?

ג. מה ההסתברות שיש לפחות 3 מקלטים למשפחה?

(5) להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב "עדן":

מספר משפחות	20	40	100	30	10
מספר מכוניות	0	1	2	3	4

נבחרה משפחה אקראית מן הישוב.

א. מה ההסתברות שאין לה מכוניות?

ב. מה ההסתברות שבבעלות המשפחה לפחות 3 מכוניות?

ג. מה הסיכוי שבבעלותה פחות מ-3 מכוניות?

- (6) נטיל מטבע רגיל 3 פעמים. בצד אחד של המטבע מוטבע עץ ובצד השני פלי.
 א. רשמו את מרחב המדגם של הניסוי. האם מרחב המדגם הוא אחיד?
 ב. רשמו את כל האפשרויות לאירועים הבאים:
 i. התקבל פעם אחת עץ.
 ii. התקבל לפחות פלי אחד.
 ג. מהו המאורע המשלים ל-D?
 ד. חשבו את הסיכויים לאירועים שהוגדרו בסעיפים ב-ג.

תשובות סופיות:

- (1) א. $\Omega = \{EE, EF, EG, FE, FF, FG, GE, GF, GG\}$
 ב. $A = \{EE, EF, EG, FE, GE\}$, $B = \{EF, EG, FE, FG, GE, GF\}$
 ג. $\bar{A} = \{FF, FG, GF, GG\}$
- (2) א. $\Omega = \left\{ \begin{pmatrix} (1,1) & (2,1) & (3,1) & (5,1) & (4,1) & (6,1) \\ (1,2) & (2,2) & (3,2) & (4,2) & (5,2) & (6,2) \\ (1,3) & (2,3) & (3,3) & (4,3) & (5,3) & (6,3) \\ (1,4) & (2,4) & (3,4) & (4,4) & (5,4) & (6,4) \\ (1,5) & (2,5) & (3,5) & (4,5) & (5,5) & (6,5) \\ (1,6) & (2,6) & (3,6) & (4,6) & (5,6) & (6,6) \end{pmatrix} \right\}$
 ב. $A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$, $C = \{(2,6), (3,4), (4,3), (6,2)\}$
 ג. הסיכוי ל-A: $\frac{1}{6}$. הסיכוי ל-B: $\frac{1}{9}$.
- (3) א. 0.4. ב. 0.4. ג. 0.5.
 (4) א. 0.22. ב. 0.78. ג. 0.32.
 (5) א. 0.1. ב. 0.2. ג. 0.8.
 (6) א. $\Omega = \{PPP, PPE, PEP, EPP, PEE, EPE, EEP, EEE\}$
 ב. $A = \{PPE, PEP, EPP\}$, $D = \{PPP, PPE, PEP, EPP, PEE, EPE, EEP\}$
 ג. $\bar{D} = \{EEE\}$
 ד. $\frac{1}{8}$.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 13 - פעולות בין מאורעות (חיתוך ואיחוד) מאורעות זרים ומכילים
(יחידה 6)

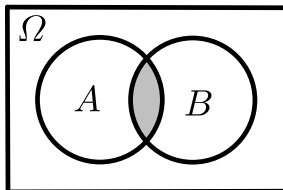
תוכן העניינים

1. כללי 57

פעולות בין מאורעות (חיתוך ואיחוד) – מאורעות זרים ומכילים:

רקע:

פעולת חיתוך:

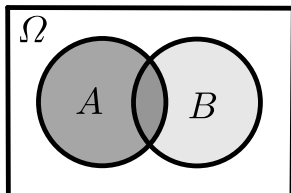


נותנת את המשותף בין המאורעות הנחתכים.
חיתוך בין המאורע A למאורע B יסומן כך: $A \cap B$.
מדובר בתוצאות שנמצאות ב- A וגם ב- B .

דוגמה:

בהטלת קובייה, למשל, האפשרויות לקבל לפחות 5 הן: $A = \{5, 6\}$.
האפשרויות לקבל תוצאה זוגית הן: $B = \{2, 4, 6\}$.
החיתוך שביניהם הוא: $A \cap B = \{6\}$.

פעולת איחוד:



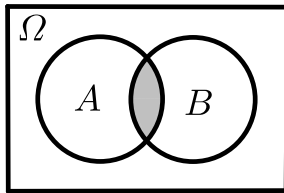
נותנת את כל האפשרויות שנמצאות לפחות באחת מהמאורעות, ומסומנת: $A \cup B$.
הפעולה נותנת את אשר נמצא ב- A או ב- B .
כלומר, לפחות אחד מהמאורעות קורה.

דוגמה:

בהטלת קובייה האפשרויות לקבל לפחות 5 הן: $A = \{5, 6\}$.
האפשרויות לקבל תוצאה זוגית: $B = \{2, 4, 6\}$.
האפשרויות לקבל לפחות 5 וגם תוצאה זוגית: $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$.

דוגמה (הפתרון נמצא בהקלטה):

סטודנט ניגש בסמסטר לשני מבחנים. מבחן בסטטיסטיקה ומבחן בכלכלה. ההסתברות שלו לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הוא 0.9, ההסתברות שלו לעבור את המבחן בכלכלה הוא 0.8 וההסתברות לעבור את המבחן בסטטיסטיקה ובכלכלה היא 0.75. מה ההסתברות שלו לעבור את המבחן בסטטיסטיקה בלבד? מה ההסתברות שלו להיכשל בשני המבחנים? מה ההסתברות לעבור לפחות מבחן אחד?

נוסחת החיבור לשני מאורעות:

ההסתברות של איחוד מאורעות תחושב ע"י הקשר הבא:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

חוקי דה מורגן לשני מאורעות:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

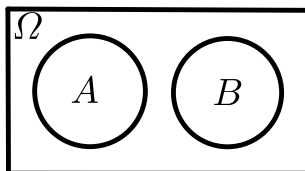
$$P(A \cap B) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B})$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

שיטת ריבוע הקסם:

השיטה רלבנטית רק אם יש שני מאורעות במקביל בדומה לתרגיל הקודם:

	$\bar{A}$	A	
B	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(A \cap B)$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
	$P(\bar{A})$	$P(A)$	1

מאורעות זרים:

מאורעות זרים הם כאשר אין להם אף איבר משותף:
 $A \cap B = \{ \}$. כלומר, הם לא יכולים להתרחש בו זמנית.

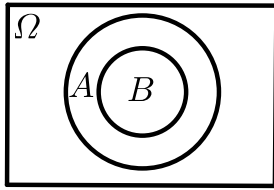
ההסתברות של חיתוך המאורעות היא אפס: $P(A \cap B) = 0$.

ההסתברות של איחוד המאורעות תחושב: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

דוגמה:

בהטלת קובייה, האפשרויות לקבל לפחות 5 הן: $A = \{5, 6\}$ והאפשרות לקבל 3

היא: $B = \{3\}$, ולכן החיתוך ביניהם הוא אפס, כלומר: $A \cap B = \{ \}$.

מאורעות מוכלים:

נתונים שני מאורעות A ו- B , השונים מאפס.
נאמר שהמאורע B מוכל במאורע A אם כל איברי
המאורע B כלולים במאורע A ונרשום: $B \subset A$.

מאורע A מכיל את מאורע B כל התוצאות שנמצאות ב- B
מוכלות בתוך מאורע A .

קשר זה מסומן באופן הבא: $B \subset A$.

$$A \cap B = B \quad P(A \cap B) = P(B)$$

$$A \cup B = A \quad P(A \cup B) = P(A)$$

$$\begin{aligned} A &= \{2, 4, 6\} \\ B &= \{2, 4\} \end{aligned} \quad \text{למשל:}$$

שאלות:

- (1) מהאותיות E, F ו- G יוצרים מילה בת 2 אותיות – לא בהכרח בת משמעות. נגדיר את המאורעות הבאים:
- A - במילה נמצאת האות E .
 - B - במילה אותיות שונות.
- א. רשמו את כל האפשרויות לחיתוך A עם B .
- ב. רשמו את כל האפשרויות לאיחוד של A עם B .
- (2) תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. נגדיר את המאורעות הבאים:
- A - לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
 - B - לעבור את המבחן בכלכלה.
- היעזרו בפעולות חיתוך, איחוד ומשלים בלבד כדי להגדיר את המאורעות הבאים וסמנו בדיאגרמת וון את השטח המתאים:
- א. התלמיד עבר רק את המבחן בכלכלה.
 - ב. התלמיד עבר רק את המבחן בסטטיסטיקה.
 - ג. התלמיד עבר את שני המבחנים.
 - ד. התלמיד עבר לפחות מבחן אחד.
 - ה. התלמיד נכשל בשני המבחנים.
 - ו. התלמיד נכשל בכלכלה.
- (3) נתבקשתם לבחור ספרה באקראי. נגדיר את A להיות הספרה שנבחרה היא זוגית. נגדיר את B להיות הספרה שנבחרה קטנה מ-5.
- א. רשמו את כל התוצאות למאורעות הבאים:
- $$A \cup B, A \cap B, \bar{B}, B, A$$
- ב. חשבו את ההסתברויות לכל המאורעות מהסעיף הקודם.
- (4) נסמן ב- Ω את מרחב המדגם וב- ϕ קבוצה ריקה.
- נתון כי A הינו מאורע בתוך מרחב המדגם.
- להלן מוגדרים מאורעות שפתרונם הוא Ω או ϕ או A .
- קבעו עבור כל מאורע מה הפתרון שלו:
- $$A \cup \bar{A}, \bar{\phi}, A \cap \bar{A}, A \cup \Omega, A \cap \Omega, A \cup \phi, A \cap \phi, \bar{A}$$

(5) הוגדרו המאורעות הבאים :

A - אדם שגובהו מעל 1.7 מטר

B - אדם שגובהו מתחת ל-1.8 מטר.

קבעו את גובהם של האנשים הבאים :

א. $A \cap B$

ב. $A \cup B$

ג. $\overline{A} \cap B$

ד. $\overline{A} \cup \overline{B}$

ה. $\overline{\overline{A}}$

(6) נגדיר את המאורעות הבאים :

A - אדם דובר עברית.

B - אדם דובר ערבית.

C - אדם דובר אנגלית.

השתמשו בפעולות איחוד, חיתוך והשלמה לתיאור המאורעות הבאים :

א. אדם דובר את כל שלוש השפות.

ב. אדם דובר רק עברית.

ג. אדם דובר לפחות שפה אחת מתוך השפות הללו.

ד. אדם אינו דובר אנגלית.

ה. קבוצת התלמידים שדוברים שתי שפות בדיוק (מהשפות הנ"ל).

(7) שתי מפלגות רצות לכנסת הבאה. מפלגת "גדר" תעבור את אחוז החסימה בהסתברות של 0.08 ומפלגת "עתיד" תעבור את אחוז החסימה בהסתברות של 0.20. בהסתברות של 76% שתי המפלגות לא תעבורנה את אחוז החסימה.

א. מה ההסתברות שלפחות אחת מהמפלגות תעבור את אחוז החסימה?

ב. מה ההסתברות ששתי המפלגות תעבורנה את אחוז החסימה?

ג. מה ההסתברות שרק מפלגות "עתיד" תעבור את אחוז החסימה?

(8) במקום עבודה מסוים 40% מהעובדים הם גברים. כמו כן, 20% מהעובדים הם אקדמאים. 10% מהעובדים הינן נשים אקדמאיות.

א. איזה אחוז מהעובדים הם גברים אקדמאיים?

ב. איזה אחוז מהעובדים הם גברים או אקדמאיים?

ג. איזה אחוז מהעובדים הם נשים לא אקדמאיות?

(9) הסיכוי של מניה A לעלות הנו 0.5 ביום מסוים והסיכוי של מניה B לעלות ביום מסוים הנו 0.4. בסיכוי של 0.7 לפחות אחת מהמניות תעלה ביום מסוים. חשבו את ההסתברויות הבאות לגבי שתי המניות הללו ביום מסוים:

א. ששתי המניות תעלנה.

ב. שאף אחת מהמניות לא תעלנה.

ג. שמניה A בלבד תעלה.

(10) מטילים זוג קוביות, אדומה ושחורה. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - בקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4 ובשחורה 2.

B - סכום התוצאות משתי הקוביות הוא 6.

C - מכפלת התוצאות בשתי הקוביות היא 10.

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. האם המאורע B מכיל את המאורע A?

ג. האם A ו-C מאורעות זרים?

ד. האם A ו-C מאורעות משלימים?

(11) עבור המאורעות A ו-B ידועות ההסתברויות הבאות: $P(A) = 0.6$,

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.1, P(B) = 0.3$$

א. האם A ו-B מאורעות זרים?

ב. חשבו את $P(\bar{A} \cap B)$.

(12) מטבע הוטל פעמיים. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - קיבלנו עץ בהטלה הראשונה.

B - קיבלנו לפחות עץ אחד בשתי ההטלות.

איזו טענה נכונה?

א. A ו-B מאורעות זרים.

ב. A ו-B מאורעות משלימים.

ג. B מכיל את A.

ד. A מכיל את B.

(13) בהגרלה חולקו 100 כרטיסים. על 3 מהם רשום חופשה ועל 2 מהם רשום מחשב. שאר הכרטיסים ריקים. אדם קיבל כרטיס אקראי.

א. מה הסיכוי לזכות בחופשה או במחשב? האם המאורעות הללו זרים?

ב. מה ההסתברות לא לזכות בפרס?

14 נתון כי: $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.25$, $P(A \cup B) = 0.49$

א. חשבו את הסיכוי ל- $P(A \cap B)$.

ב. האם A ו- B מאורעות זרים?

ג. מה ההסתברות שרק A יקרה או שרק B יקרה?

15 A ו- B מאורעות זרים. נתון ש: $2 \cdot P(B \cap \bar{A}) = P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B})$

מה הסיכוי למאורע A ומה ההסתברות למאורע B ?

16 קבעו אילו מהטענות הבאות נכונות:

א. $A \cap B = B \cap A$

ב. $\overline{A \cup B} = A \cap B$

ג. $A \cap B \cap C = A \cap B \cap (C \cup B)$

ד. $\overline{A \cap B \cap C} = \bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$

17 נתון ש- A ו- B מאורעות במרחב מדגם. נתון ש- $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.2$

א. האם יתכן ש- $P(A \cup B) = 0.4$?

ב. האם יתכן ש- $P(A \cup B) = 0.6$?

ג. אם A ו- B זרים מה הסיכוי $P(A \cup B)$?

ד. אם A מכיל את B מה הסיכוי $P(A \cup B)$?

תשובות סופיות:

- (1) א. $A \cap B = \{EG, EF, FE, GE\}$ ב. $A \cup B = \{EG, EF, EE, FE, GE, EG, GF\}$
- (2) א. $B \cap \bar{A}$ ב. $A \cap \bar{B}$ ג. $A \cap B$ ד. $A \cup B$ ה. $\bar{A} \cap \bar{B}$ ו. $\bar{B}$
- (3) א. $\bar{B} = 5, 6, 7, 8, 9, B = 0, 1, 2, 3, 4, A = 0, 2, 4, 6, 8$
 $A \cup B = 0, 2, 4, 6, 8, 1, 3, A \cap B = 0, 2, 4$
- ב. $P(A \cup B) = 0.7, P(A \cap B) = 0.3, P(\bar{B}) = 0.5, P(B) = 0.5, P(A) = 0.5$
- (4) $\bar{\bar{A}} = A, A \cap \phi = \phi, A \cup \phi = A, A \cap \Omega = A, A \cup \Omega = \Omega, A \cup \bar{A} = \Omega, \bar{\phi} = \Omega, A \cap \bar{A} = \phi$
- (5) א. $A \cap B$: גובה בין 1.7 ל-1.8. ב. $A \cup B$: כל גובה אפשרי.
 ג. $\bar{A} = \bar{A} \cap B$: גובה לכל היותר 1.7. ד. $\bar{A} \cup \bar{B}$: לכל היותר 1.7 או לפחות 1.8.
 ה. $A = \bar{\bar{A}}$: גובה מעל 1.7.
- (6) א. $A \cap B \cap C$ ב. $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ ג. $A \cup B \cup C$ ד. $\bar{C}$ ה. $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (B \cap C \cap \bar{A}) \cup (A \cap C \cap \bar{B})$
- (7) א. $P(A \cup B) = 0.24$ ב. $P(A \cap B) = 0.04$ ג. $P(B \cap \bar{A}) = 0.16$
- (8) א. $P(A \cap B) = 10\%$ ב. $P(A \cup B) = 50\%$ ג. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 50\%$
- (9) א. $P(A \cap B) = 0.2$ ב. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.3$ ג. $P(A \cup \bar{B}) = 0.3$
- (10) א. לא. ב. כן. ג. כן. ד. לא.
- (11) א. כן. ב. $P(\bar{A} \cap B) = 0.3$
- (12) הטענה הנכונה היא ג'.
- (13) א. 0.05. ב. 0.95.
- (14) א. $P(A \cap B) = 0.06$ ב. לא. ג. $P((A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})) = 0.43$
- (15) $P(B) = \frac{1}{5}, P(A) = \frac{2}{5}$
- (16) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. נכון.
- (17) א. כן. ב. לא. ג. $P(A \cup B) = 0.5$ ד. $P(A \cup B) = 0.3$

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 14 - הסתברות מותנית במרחב דגימה אחיד (יחידה 7)

תוכן העניינים

1. כללי 65

הסתברות מותנית – במרחב מדגם אחיד:

רקע:

לעיתים אנו נדרשים לחשב הסתברות למאורע כלשהו כאשר ברשותנו אינפורמציה לגבי מאורע אחר. הסתברות מותנית הינה סיכוי להתרחשות מאורע כלשהו כאשר ידוע שמאורע אחר התרחש/ לא התרחש.

ההסתברות של A בהינתן ש- B כבר קרה: $P(A|B)$.

כשמרחב המדגם אחיד: $P(A|B) = \frac{|A \cap B|}{|B|}$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נטיל קובייה.

נגדיר:

A - התוצאה זוגית.

B - התוצאה גדולה מ-3.

נרצה לחשב את: $P(A|B)$.

שאלות:

- (1) נבחרה ספרה זוגית באקראי. מה הסיכוי שהספרה גדולה מ-6?
- (2) יוסי הטיל קובייה.
מה הסיכוי שקיבל את התוצאה 4, אם ידוע שהתוצאה שהתקבלה זוגית?
- (3) הוטלו צמד קוביות. נגדיר:
A - סכום התוצאות בשתי ההטלות הינו 7.
B - מכפלת התוצאות 12.
חשבו את $P(A|B)$.
- (4) מטבע הוטל פעמיים.
ידוע שהתקבל לכל היותר ראש אחד, מה הסיכוי שהתקבלו שני ראשים?
- (5) זוג קוביות הוטלו והתקבל שהתוצאות זהות.
מה הסיכוי שלפחות אחת התוצאות 5?
- (6) זוג קוביות הוטלו והתקבל לפחות פעם אחת 4.
מה הסיכוי שאחת התוצאות 5?
- (7) נבחרה משפחה בת שני ילדים, שמהם אחד הוא בן.
מה ההסתברות שבמשפחה שני בנים בקרב הילדים?

תשובות סופיות:

(1) 0.2

(2) $\frac{1}{3}$

(3) 0.5

(4) 0

(5) $\frac{1}{6}$

(6) $\frac{2}{11}$

(7) $\frac{1}{3}$

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 15 - הסתברות מותנית במרחב לא אחיד (יחידה 7)

תוכן העניינים

1. כללי 68

הסתברות מותנית – מרחב לא אחיד:

רקע:

הסיכוי שמאורע A יתרחש, בהינתן שמאורע B כבר קרה: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

במונה: הסיכוי לחיתוך של שני המאורעות, זה הנשאל וזה הנתון שהתרחש.
במכנה: הסיכוי למאורע נתון שהתרחש.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נבחרו משפחות שיש להם שתי מכוניות. ל-30% מהמשפחות הללו המכונית הישנה יותר היא מתוצרת אירופה ואצל 60% מהמשפחות הללו המכונית החדשה יותר מתוצרת אירופה. כמו כן, בקרב 15% מהמשפחות הללו שתי המכוניות הן מתוצרת אירופאית. אם המכונית הישנה של המשפחה היא אירופאית, מה ההסתברות שגם החדשה אירופאית?

שאלות:

- (1) תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים: מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה:
נגדיר את המאורעות הבאים:
A - לעבור את המבחן בסטטיסטיקה.
B - לעבור את המבחן בכלכלה.
כמו כן נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8, הסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9 והסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75.
חשבו את הסיכויים למאורעות הבאים:
- התלמיד עבר בסטטיסטיקה, מה ההסתברות שהוא עבר בכלכלה?
 - התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא עבר בסטטיסטיקה?
 - התלמיד עבר בכלכלה, מה ההסתברות שהוא נכשל בסטטיסטיקה?
 - התלמיד נכשל בסטטיסטיקה, מה ההסתברות שהוא נכשל בכלכלה?
 - התלמיד עבר לפחות מבחן אחד, מה ההסתברות שהוא יעבור את שניהם?
- (2) במדינה שתי חברות טלפון סלולארי: "סופט" ו"בל". 30% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "בל", 60% מהתושבים הבוגרים רשומים אצל חברת "סופט" ול-15% מהתושבים הבוגרים אין טלפון סלולארי כלל.
- איזה אחוז מהתושבים הבוגרים רשומים אצל שתי החברות?
 - נבחר אדם שרשום אצל חברת "סופט", מה ההסתברות שהוא רשום גם אצל חברת "בל"?
 - אם אדם לא רשום אצל חברת "בל", מה ההסתברות שהוא כן רשום בחברת "סופט"?
 - אם אדם רשום אצל חברה אחת בלבד, מה ההסתברות שהוא רשום בחברת "סופט"?
- (3) במכללה שני חניונים: חניון קטן וחניון גדול. בשעה 08:00 יש סיכוי של 60% שבחניון הגדול יש מקום, סיכוי של 30% שבחניון הקטן יש מקום וסיכוי של 20% שבשני החניונים יש מקום.
- מה ההסתברות שיש מקום בשעה 08:00 רק בחניון הגדול של המכללה?
 - ידוע שבחניון הקטן יש מקום בשעה 08:00, מה הסיכוי שבחניון הגדול יש מקום?
 - אם בשעה 08:00 בחניון הגדול אין מקום, מה ההסתברות שבחניון הקטן יהיה מקום?
 - נתון שלפחות באחד מהחניונים יש מקום בשעה 08:00, מה ההסתברות שבחניון הגדול יש מקום?

(4) נלקחו 200 שכירים ו-100 עצמאים. מתוך השכירים 20 הם אקדמאיים, ומתוך העצמאיים 30 הם אקדמאיים.

א. בנו טבלת שכיחות משותפת לנתונים.

ב. נבחר אדם אקראי מה ההסתברות שהוא שכיר?

ג. מה ההסתברות שהוא שכיר ולא אקדמאי?

ד. מה ההסתברות שהוא שכיר או אקדמאי?

ה. אם האדם שנבחר הוא עצמאי מהי ההסתברות שהוא אקדמאי?

ו. אם האדם שנבחר הוא לא אקדמאי, מה ההסתברות שהוא שכיר?

תשובות סופיות:

(1) א. 0.833 ב. 0.9375 ג. 0.0625 ד. 0.5 ה. 0.789

(2) א. 5% ב. 0.0833 ג. 0.786 ד. 0.6875

(3) א. 0.4 ב. $\frac{2}{3}$ ג. 0.25 ד. $\frac{6}{7}$

(4) א. להלן טבלה: ב. $\frac{2}{3}$ ג. 0.6 ד. $\frac{23}{30}$

	אקדמאי	לא אקדמאי	סה"כ
שכיר	20	180	200
עצמאי	30	70	100
סה"כ	50	250	300

ה. 0.3 ו. 0.72

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 16 - דיאגרמת עצים - נוסחת בייס ונוסחת ההסתברות השלמה (יחידה 7)

תוכן העניינים

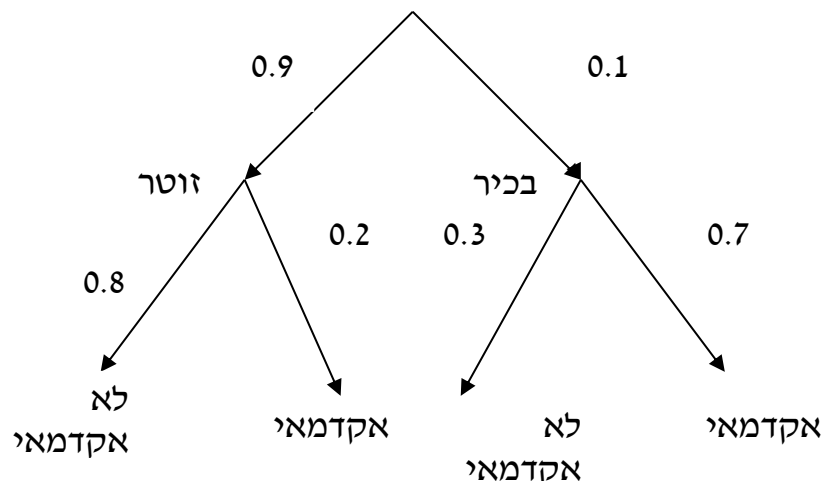
1. כללי 71

דיאגרמת עצים – נוסחת בייס ונוסחת ההסתברות השלמה:

נשתמש בשיטה זו כאשר יש תרגיל שבו התרחשות המאורעות היא בשלבים, כך שכל תוצאה של כל שלב תלויה בשלב הקודם, פרט לשלב הראשון:

דוגמה:

בחברה מסוימת 10% מוגדרים בכירים והיתר מוגדרים זוטרים. מבין הבכירים 20% הם אקדמאים ומבין הזוטרים 80% הם אקדמאים. נשרטט עץ שיתאר את הנתונים, השלב הראשון של העץ אינו מותנה בכלום ואילו השלב השני מותנה בשלב הראשון.



כדי לקבל את הסיכוי לענף מסוים נכפיל את כל ההסתברויות על אותו ענף. נבחר אדם באקראי מאותה חברה.

(1) מה הסיכוי שהוא בכיר אקדמאי ? $0.1 \cdot 0.7 = 0.07$.

(2) מה הסיכוי שהוא זוטר לא אקדמאי ? $0.9 \cdot 0.8 = 0.72$.

כדי לקבל את הסיכוי לכמה ענפים נחבר את הסיכויים של כל ענף (רק אחרי שבתוך הענף הכפלנו את ההסתברויות).

(3) מה הסיכוי שהוא אקדמאי ? $0.1 \cdot 0.7 + 0.9 \cdot 0.2 = 0.25$.

(4) נבחר אקדמאי מה ההסתברות שהוא עובד זוטר? מדובר כאן על שאלה בהסתברות מותנה ולכן נשתמש בעיקרון של הסתברות

$$P(zutar | academay) = \frac{0.9 \cdot 0.2}{0.25} = \frac{0.18}{0.25} = 0.72 \quad \text{מותנה:}$$

נוסחת ההסתברות השלמה:

בהינתן B , מאורע כלשהו, וחלוקה של מרחב המדגם Ω ל- $A_1, \dots, A_n$ כך ש- $\bigcup_i A_i = \Omega$,

$$\text{אזי: } P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P\left(\frac{B}{A_i}\right).$$

נוסחת בייס:

$$P\left(\frac{A_j}{B}\right) = \frac{P(A_j) P\left(\frac{B}{A_j}\right)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P\left(\frac{B}{A_i}\right)}$$

שאלות:

- (1) בשקית סוכריות 4 סוכריות תות ו-3 לימון. מוציאים באקראי סוכריה. אם היא בטעם תות אוכלים אותה ומוציאים סוכריה נוספת, ואם היא בטעם לימון מחזירים אותה לשקית ומוציאים סוכריה נוספת.
- א. מה ההסתברות שהסוכריה הראשונה שהוצאה בטעם תות והשנייה בטעם לימון?
- ב. מה ההסתברות שהסוכריה השנייה בטעם לימון?
- (2) באוכלוסייה מסוימת 30% הם ילדים, 50% בוגרים והיתר קשישים. לפי נתוני משרד הבריאות הסיכוי שילד יחלה בשפעת במשך החורף הוא 80%, הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת במשך החורף הוא 40% והסיכוי שקשיש יחלה בשפעת במשך החורף הוא 70%.
- א. איזה אחוז מהאוכלוסייה הינו קשישים שלא יחלו בשפעת במשך החורף?
- ב. מה אחוז האנשים שיחלו בשפעת במשך החורף?
- ג. נבחר אדם שחלה במשך החורף בשפעת, מה ההסתברות שהוא קשיש?
- ד. נבחר ילד, מה ההסתברות שהוא לא יחלה בשפעת במשך החורף?
- (3) בכד א' 5 כדורים כחולים ו-5 כדורים אדומים. בכד ב' 6 כדורים כחולים ו-4 כדורים אדומים. בוחרים באקראי כד, מוציאים ממנו כדור ומבלי להחזירו מוציאים כדור נוסף.
- א. מה ההסתברות ששני הכדורים שיוצאו יהיו בצבעים שונים?
- ב. אם הכדורים שהוצאו הם בצבעים שונים, מה ההסתברות שהכדור השני שהוצא יהיה בצבע אדום?
- (4) חברת סלולר מסווגת את לקוחותיה לפי 3 קבוצות גיל: נוער, בוגרים ופנסיונרים. נתון כי: 10% מהלקוחות בני נוער, 70% מהלקוחות בוגרים והיתר פנסיונרים. מתוך בני הנוער 90% מחזיקים בסמארט-פון, מתוך האוכלוסייה הבוגרת ל-70% יש סמארט-פון ומתוך אוכלוסיית הפנסיונרים 30% מחזיקים בסמארט-פון.
- א. איזה אחוז מלקוחות החברה הם בני נוער עם סמארט-פון?
- ב. נבחר לקוח אקראי ונתון שיש לו סמארט-פון. מה ההסתברות שהוא פנסיונר?
- ג. אם ללקוח אין סמארט-פון, מה ההסתברות שהוא לא בן נוער?

- (5) כדי להתקבל למקום עבודה יש לעבור שלושה מבחנים. המבחנים הם בשלבים, כלומר לאחר כישלון במבחן מסוים אין אפשרות לגשת למבחן הבא אחריו. 70% מהמועמדים עוברים את המבחן הראשון. מתוכם, 50% עוברים את המבחן השני. מבין אלה שעוברים את המבחן השני 40% עוברים את המבחן השלישי.
- א. מה ההסתברות להתקבל לעבודה?
 ב. מועמד לא התקבל לעבודה. מה ההסתברות שהוא נכשל במבחן הראשון?
 ג. מועמד לא התקבל לעבודה. מה ההסתברות שהוא עבר את המבחן השני?
- (6) משרד הבריאות פרסם את הנתונים הבאים:
- מתוך אוכלוסיית הילדים והנוער 80% חולים בשפעת בזמן החורף.
 מתוך אוכלוסיית המבוגרים (עד גיל 65) 60% חולים בשפעת בזמן החורף.
 30% מהתושבים הם ילדים ונוער. 50% הם מבוגרים. היתר קשישים.
 כמו כן נתון ש 68% מהאוכלוסייה תחלה בשפעת בחורף.
- א. מה אחוז החולים בשפעת בקרב האוכלוסייה הקשישה?
 ב. נבחר אדם שלא חלה בשפעת, מה ההסתברות שהוא לא קשיש?
- (7) רדאר שנמצא על החוף צריך לקלוט אנייה הנמצאת ב-1 מ-4 האזורים: A, B, C, D. אם האנייה נמצאת באזור A הרדאר מזהה אותה בסיכוי 0.8, סיכוי זה פוחת ב-0.1 ככל שהאנייה מתקדמת באזור. כמו כן נתון שבהסתברות חצי האנייה נמצאת באזור D, בהסתברות 0.3 באזור C, באזור B היא נמצאת בסיכוי 0.2, אחרת היא נמצאת באזור A.
- א. מה הסיכוי שהאנייה תתגלה ע"י הרדאר?
 ב. אם האנייה התגלתה ע"י הרדאר, מה ההסתברות שהיא נמצאת באזור C?
 ג. אם האנייה התגלתה ע"י הרדאר, מה הסיכוי שהיא לא נמצאת באזור B?
- (8) סימפטום X מופיע בהסתברות של 0.4 במחלה A, בהסתברות של 0.6 במחלה B ובהסתברות של 0.5 במחלה C. סימפטום X מופיע אך ורק במחלות הללו, אדם לא יכול לחלות ביותר ממחלה אחת מבין המחלות הללו. לקליניקה מגיעים אנשים כדלקמן: 8% חולים במחלה A, 10% במחלה B, 2% במחלה C והיתר בריאים. כמו כן נתון שבמחלה A, סימפטום X מתגלה בסיכוי של 80%, ובמחלות B, C הסימפטום מתגלה בסיכוי של 90% בכל מחלה.
- א. מה ההסתברות שאדם הגיע לקליניקה וגילו אצלו את סימפטום X?
 ב. אם התגלה אצל אדם סימפטום X, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה A?
 ג. אם לאדם יש את סימפטום X, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה A?
 ד. אם לא גילו אצל אדם את סימפטום X, מה ההסתברות שהוא בריא?

תשובות סופיות:

		ב. $\frac{23}{49}$	א. $\frac{2}{7}$	(1)
ד. 0.2	ג. 0.241	ב. 58%	א. 6%	(2)
		ב. 0.5	א. 0.544	(3)
	ג. 0.9722	ב. 0.09375	א. 9%	(4)
	ג. 0.2442	ב. 0.3488	א. 0.14	(5)
		ב. 0.8125	א. 70%	(6)
	ג. 0.7543	ב. 0.3158	א. 0.57	(7)
ד. 0.8778	ג. 0.3137	ב. 0.2889	א. 0.0886	(8)

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 17 - תלות ואי תלות בין מאורעות (יחידה 7)

תוכן העניינים

1. כללי 76

תלות ואי תלות בין מאורעות:

רקע:

אם מתקיים ש: $P(B|A) = P(B)$, נגיד שמאורע B בלתי תלוי ב- A .

הדבר גורר גם ההפך: $P(A|B) = P(A)$, כלומר, גם A אינו תלוי ב- B .

כשהמאורעות בלתי תלויים מתקיים ש: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

הוכחה לכך: $P(A|B) = P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

נשתמש בנוסחאות של מאורעות בלתי תלויים רק אם נאמר במפורש שהמאורעות בלתי תלויים בתרגיל או שמההקשר אפשר להבין ללא צל של ספק שהמאורעות בלתי תלויים.

למשל,

חוקר מבצע שני ניסויים בלתי תלויים הסיכוי להצליח בניסוי הראשון הנו 0.7 והסיכוי להצליח בניסוי השני הוא 0.4.

א. מה הסיכוי להצליח בשני הניסויים יחדו?

כיוון שהמאורעות הללו בלתי תלויים:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.4 = 0.28$$

ב. מה הסיכוי להיכשל בשני הניסויים?

באופן דומה:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = (1 - 0.7)(1 - 0.4) = 0.18$$

שאלות:

- (1) נתון: $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.6$. האם המאורעות הללו בלתי תלויים?
- (2) תלמיד ניגש לשני מבחנים שהצלחתם לא תלויה זו בזו. הסיכוי שלו להצליח במבחן הראשון הוא 0.7 והשני 0.4.
א. מה הסיכוי להצליח בשני המבחנים יחדו?
ב. מה הסיכוי שניכשל בשני המבחנים?
- (3) במדינה מסוימת יש 8% אבטלה, נבחרו באקראי שני אנשים מהמדינה.
א. מה ההסתברות ששניהם מובטלים?
ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם מובטל?
- (4) מוצר צריך לעבור בהצלחה ארבע בדיקות בלתי תלויות לפני שיווקו, אחרת הוא נפסל ולא יוצא לשוק. הסיכוי לעבור בהצלחה כל אחת מהבדיקות הוא 0.8. בכל מקרה מבוצעות כל 4 הבדיקות.
א. מה הסיכוי שהמוצר יפסל?
ב. מה ההסתברות שהמוצר יעבור בהצלחה לפחות בדיקה אחת?
- (5) במדינה מסוימת יש 8% אבטלה, נבחרו באקראי חמישה אנשים מהמדינה.
א. מה ההסתברות שכולם מובטלים במדגם?
ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם מובטל?

תשובות סופיות:

- (1) כן.
- (2) א. 0.28 ב. 0.18
- (3) א. 0.0064 ב. 0.1536
- (4) א. 0.5904 ב. 0.9984
- (5) א. 0.08^5 ב. 0.3409

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 18 - שאלות מסכמות בהסתברות (יחידה 7. מומלץ כשאלות חזרה
לבחינה)

תוכן העניינים

1. כללי 78

שאלות מסכמות בהסתברות:

שאלות:

- (1) נלקחו משפחות שיש להם שתי מכוניות. ל-30% מהמשפחות הללו המכונית הישנה יותר היא מתוצרת אירופה ואצל 60% מהמשפחות הללו המכונית החדשה יותר מתוצרת אירופה. כמו כן 15% מהמשפחות הללו שתי המכוניות הן מתוצרת אירופאית.

 - א. מה ההסתברות שמשפחה אקראית בת שתי מכוניות תהיה ללא מכוניות מתוצרת אירופה?
 - ב. מה ההסתברות שלפחות מכונית אחת תהיה אירופאית?
 - ג. ידוע שלמשפחה יש מכונית אירופאית.
 - ד. מה ההסתברות שרק המכונית החדשה שלה היא מתוצרת אירופאית?
 - ה. אם המכונית הישנה של המשפחה היא אירופאית, מה ההסתברות שגם החדשה אירופאית?
- (2) במדינת "שומקום" 50% מהחלב במרכולים מיוצר במחלבה א', 40% במחלבה ב' והיתר במחלבה ג'. 3% מתוצרת מחלבה א' מגיעה חמוצה למרכולים ואילו במחלבה ב' 10%.

כמו כן ידוע שבמדינת "שומקום" בסך הכול 7.5% מהחלב חמוץ.

 - א. איזה אחוז מהחלב שמגיע למרכול ממחלבה ג' חמוץ?
 - ב. אם נרכש חלב חמוץ במרכול. מה הסיכוי שהוא יוצר במחלבה ג'?
 - ג. ברכישת חלב נמצא שהוא אינו חמוץ. מה הסיכוי שהוא יוצר במחלבה א'?
 - ד. האם המאורעות: "חלב חמוץ" ו-"יוצר במחלבה א'" בלתי תלויים?
- (3) רוני ורונה יצאו לבלות במרכז בילויים עם מספר אפשרויות בילוי: בהסתברות של 0.3 הם ייצאו לבאולינג, בהסתברות של 0.5 הם ייצאו לבית קפה ובהסתברות של 0.7 הם ייצאו לפחות לאחד מהם (באולינג/קפה).

 - א. מה ההסתברות שהם ייצאו רק לבאולינג?
 - ב. האם המאורעות "לצאת לבאולינג" ו-"לצאת לבית קפה" זרים?
 - ג. האם המאורעות "לצאת לבאולינג" ו-"לצאת לבית קפה" תלויים?
 - ד. מה ההסתברות שיום אחד הם ייצאו רק לבאולינג וביום למחרת לא ייצאו לאף אחד מהמקומות?

(4) 70% מהנבחנים בסטטיסטיקה עוברים את מועד א'. כל מי שלא עובר את מועד א' ניגש לעשות מועד ב', מתוכם 80% עוברים אותו. מבין אלה שנכשלים בשני המועדים 50% נרשמים לקורס מחדש, והיתר פורשים מהתואר.

- א. מה הסיכוי שסטודנט אקראי עבר את הקורס?
- ב. אם סטודנט אקראי עבר הקורס, מה הסיכוי שעבר במועד ב'?
- ג. מה אחוז הסטודנטים שפורשים מהתואר?
- ד. נבחרו 2 סטודנטים אקראיים רונית וינאי, מה ההסתברות שרונית עברה במועד א' ושינאי עבר במועד ב'?

(5) באוכלוסייה מסוימת 40% הם גברים והיתר הן נשים. מבין הגברים 10% מובטלים. בסך הכול 13% מהאוכלוסייה מובטלת.

- א. מה אחוז האבטלה בקרב הנשים?
- ב. נבחר אדם מובטל, מה ההסתברות שזו אישה?
- ג. נגדיר את המאורעות הבאים: A - נבחר אדם מובטל, B - נבחר גבר. האם המאורעות הללו זרים? והאם הם בלתי תלויים?

(6) בתיבה 10 מטבעות, מתוכם 7 מטבעות רגילים (ראש, זנב) ו-3 מטבעות שבשני צדדיהם טבוע ראש. אדם בוחר באקראי מטבע ומטיל אותו פעמיים. נסמן ב-A את ההטלה הראשונה ראש, וב-B את ההטלה השנייה ראש.

- א. חשבו את הסיכויים למאורעות A ו-B.
- ב. האם המאורע A ו-B בלתי תלויים?
- ג. ידוע שבהטלה הראשונה התקבל ראש, מה ההסתברות שהמטבע שהוטל הוא מטבע הוגן?

(7) ערן מעוניין למכור את רכבו והוא מפרסם מודעה באינטרנט ומודעה בעיתון. מבין אלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש 30% יראו את המודעה באינטרנט, 50% יראו את המודעה בעיתון ו-72% יראו את המודעה בלפחות אחת מהמדיות.

- א. מה אחוז האנשים, מאלה שמעוניינים לרכוש רכב משומש, שיראו את 2 המודעות?
- ב. אם אדם ראה את המודעה באינטרנט, מה ההסתברות שהוא לא ראה את המודעה בעיתון?
- ג. האם המאורעות: "לראות את המודעה באינטרנט" ו-"לראות את המודעה בעיתון" בלתי תלויים?
- ד. אדם שראה את המודעה באינטרנט בלבד יתקשר לערן בהסתברות של 0.7, אם הוא ראה את המודעה בעיתון בלבד הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.6 ואם הוא ראה את שתי המודעות הוא יתקשר לערן בהסתברות של 0.9.
- i. מה ההסתברות שאדם המעוניין לרכוש רכב משומש יתקשר לערן?
- ii. אדם המעוניין לרכוש רכב משומש התקשר לערן. מה ההסתברות שהוא ראה את שתי המודעות?

תשובות סופיות:

- | | | | |
|------------|---------------|---------------------|-------------|
| 1) א. 0.25 | ב. 0.75 | ג. 0.6 | ד. 0.5 |
| 2) א. 0.2 | ב. 0.267 | ג. 0.524 | ד. תלויים. |
| 3) א. 0.2 | ב. אינם זרים. | ג. תלויים. | ד. 0.06 |
| 4) א. 0.94 | ב. 0.255 | ג. 0.03 | ד. 0.168 |
| 5) א. 15% | ב. 0.692 | ג. לא זרים ותלויים. | |
| 6) א. 0.65 | ב. תלויים. | ג. 0.5384 | |
| 7) א. 8% | ב. 0.733 | ג. תלויים. | ד. i. 0.478 |
| | | | ד. ii. 0.15 |

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 19 - המשתנה המקרי הבדיד - פונקציית ההסתברות (יחידה 8)

תוכן העניינים

1. כללי 81

המשתנה המקרי הבדיד – פונקציית ההסתברות:

רקע:

משתנה מקרי בדיד:

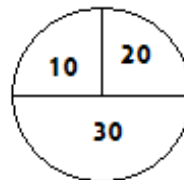
משתנה מקרי בדיד הינו משתנה היכול לקבל כמה ערכים בודדים בהסתברויות שונות.
מתארים את המשתנה המקרי על ידי פונקציית ההסתברות.

פונקציית ההסתברות:

פונקציה המתאימה לכל ערך אפשרי של המשתנה את ההסתברות שלה.
סכום ההסתברויות על פונקציית ההסתברות חייב להיות 1.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בקזינו יש רולטה כמתואר בשרטוט:



אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה ב-ש.
בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.

שאלות:

- (1) ידוע שביישוב מסוים התפלגות מספר המכוניות למשפחה היא:
- 50 משפחות אינן מחזיקות במכונית.
 - 70 משפחות עם מכונית אחת.
 - 60 משפחות עם 2 מכוניות.
 - 20 משפחות עם 3 מכוניות.
- בוחרים באקראי משפחה מהיישוב, נגדיר את X להיות מספר המכוניות של המשפחה שנבחרה. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (2) מהאותיות A, B, C יוצרים קוד דו תווי.
- א. כמה קודים ניתן ליצור?
 - ב. רשמו את כל הקודים האפשריים.
 - ג. נגדיר את X להיות מספר הפעמים שהאות B מופיעה בקוד.
- בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (3) תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים: מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. כמו כן, נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8, הסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9 והסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. יהי X מספר המבחנים שהסטודנט עבר. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (4) הסיכוי לזכות במשחק מסוים הינו 0.3. אדם משחק את המשחק עד אשר הוא מנצח אך בכל מקרה הוא לא משחק את המשחק יותר מ-4 פעמים. נגדיר את X להיות מספר הפעמים שהוא שיחק את המשחק. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (5) חברה לניהול פרויקטים מנהלת 3 פרויקטים במקביל. הסיכוי שפרויקט א' יצליח הינו 0.7, הסיכוי שפרויקט ב' יצליח הינו 0.8, והסיכוי שפרויקט ג' יצליח הינו 0.9. נתון שהצלחת כל פרויקט בלתי תלויה זו בזו. נגדיר את X להיות מספר הפרויקטים שיצליחו. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (6) להלן פונקציית הסתברות של משתנה מקרי כלשהו: $k = 1, 2, \dots, 4$: $P(X = k) = \frac{k}{A}$. מצאו את ערכו של A .

תשובות סופיות:

(1) להלן טבלה:

3	2	1	0	X
0.1	0.3	0.35	0.25	$P(X)$

(2) להלן טבלה:

2	1	0	X
$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$P(X)$

(3) להלן טבלה:

2	1	0	X
0.75	0.20	0.05	$P(X)$

(4) להלן טבלה:

4	3	2	1	X
0.343	0.147	0.21	0.3	$P(X)$

(5) להלן טבלה:

3	2	1	0	X
0.504	0.398	0.092	0.006	$P(X)$

(6) 10.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 20 - המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת - שונות וסטיית תקן (יחידה 8)

תוכן העניינים

1. כללי 84

המשתנה המקרי הבדיד – תוחלת, שונות וסטיית תקן:

רקע:

תוחלת:

ממוצע של פונקציית ההסתברות, אם נבצע את התהליך אינסוף פעמים כמה בממוצע נקבל. התוחלת היא צפי של המשתנה המקרי.

$$\text{מגדירים תוחלת באופן הבא: } E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$$

שונות:

תוחלת ריבועי הסטיות מהתוחלת – נותן אינדיקציה על הפיזור והסיכון של פונקציית ההסתברות.

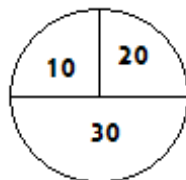
$$\text{מגדירים שונות באופן הבא: } V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$$

סטיית תקן:

שורש של השונות – הפיזור הממוצע הצפוי סביב התוחלת. מסמנים: $STD = \sigma$.

דוגמה:

בקזינו רולטה כמוראה בשרטוט. אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה ב-ש. הסתברות לקבלת הסכומים השונים:



30	20	10	X
0.5	0.25	0.25	$P(X)$

$$E(X) = 10 \cdot 0.25 + 20 \cdot 0.25 + 30 \cdot 0.5 = 22.5 = \mu$$

$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) =$$

$$= (10 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (20 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (30 - 22.5)^2 \cdot 0.5 = 68.75 = \sigma^2$$

$$\text{כדי לחשב את סטיית התקן נוציא שורש לשונות: } \sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{68.75} = 8.29$$

שאלות:

- (1) אדם משחק במשחק מזל.
נגדיר את X להיות סכום הזכייה.
להלן פונקציית ההסתברות של X :

40	20	0	-30	X
0.2	0.3	0.1	0.4	$P(X)$

מהי התוחלת, השונות וסטית התקן של X ?

- (2) בישוב מסוים שני סניפי בנק: בנק פועלים ובנק לאומי. מתוך האוכלוסייה הבוגרת בישוב, ל-50% חשבון בנק בסניף הפועלים, ל-40% חשבון בנק בסניף לאומי ול-20% מהתושבים הבוגרים אין חשבון באף אחד מהסניפים. יהי X מס' סניפי הבנק שלבוגר בישוב יש בהם חשבון. חשבו את: $E(X)$.

- (3) ידוע של-20% מהמשפחות יש חיבור לווייני בביתם. בסקר אדם מחפש לראיין משפחה המחוברת ללוויין. הוא מטלפן באקראי למשפחה וממשיך עד אשר הוא מגיע למשפחה המחוברת ללוויין. בכל מקרה הסוקר לא יתקשר ליותר מ-5 משפחות. נגדיר את X להיות מספר המשפחות שאליהן האדם יתקשר.
א. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
ב. חשבו את התוחלת וסטית התקן של X .

- (4) לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו מהצרור כדי שלא ישתמש בו שוב.
נסמן ב- X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח.
א. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
ב. חשבו את התוחלת והשונות של X .

(5) נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X :

8	6	4	2	X
0.2		0.3		$E(X)$

כמו כן נתון ש: $E(X) = 4.2$.

א. מצאו את ההסתברויות החסרות בטבלה.

ב. חשבו את: $V(X)$.

(6) משתנה מקרי בדיד מקבל את הערכים 5 ו-5. נתון שהתוחלת של המשתנה 0 ושהשונות היא 10. מצא את פונקציית ההסתברות.

תשובות סופיות:

(1) תוחלת: 2, שונות: 796.

(2) 0.9.

(3) א. ראו סרטון. ב. תוחלת: 3.36, סטיית תקן: 1.603.

(4) א. ראו טבלה: ב. תוחלת: 3, שונות: 2.

5	4	3	2	1	X
0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	$P(X)$

(5) א. ראו טבלה: ב. 5.16.

8	6	4	2	X
0.2	0.1	0.3	0.4	$P(X)$

(6) ראו טבלה:

5	0	-5	X
0.2	0.6	0.2	$P(X)$

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 21 - התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות בינומית (יחידה 8)

תוכן העניינים

1. כללי 87

התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות בינומית:

רקע:

נגדיר את המושג ניסוי ברנולי :
 ניסוי ברנולי הנו ניסוי שיש לו שתי תוצאות אפשריות : "הצלחה" ו"כישלון".
 למשל מוצר פגום או תקין, אדם עובד או מובטל, עץ או פלי בהטלת מטבע וכדומה.
 בהתפלגות בינומית חוזרים על אותו ניסוי ברנולי n פעמים באופן בלתי תלוי זה בזה.
 מגדירים את X להיות מספר ההצלחות שהתקבלו בסך הכול. נסמן ב- P את הסיכוי להצלחה בניסוי בודד, וב- Q את הסיכוי לכישלון בניסוי בודד.
 ואז נגיד ש: $X \sim B(n, p)$.

פונקציית ההסתברות של X :

$$P(X = K) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \quad \text{לכל}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1; \quad 0! = 1; \quad \text{כאשר}$$

לגודל: $\binom{n}{k}$ ניתן לחשב באמצעות המחשבון.

$$E(X) = np \quad \text{תוחלת:}$$

$$V(X) = npq \quad \text{שונות:}$$

שימו לב, כדי לזהות שמדובר בהתפלגות בינומית צריכים להתקיים כל התנאים הבאים :

- (1) חוזרים על אותו ניסוי ברנולי באופן בלתי תלוי זה בזה.
- (2) חוזרים על הניסוי n פעמים.
- (3) X – מוגדר כמספר ההצלחות המתקבלות בסך הכול.

דוגמה (פתרון בהקלטה) :

במדינה מסוימת ל-80% מהתושבים יש רישיון נהיגה.
 נבחרו 10 תושבים אקראיים מהמדינה.

- א. מה ההסתברות שבדיוק ל-9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ב. מה ההסתברות שלפחות ל-9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ג. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר התושבים שנדגמו ושיש להם רישיון נהיגה?

שאלות:

- (1) במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה. נגדיר את X להיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.
- מהי ההתפלגות של X ?
 - מה ההסתברות שיהיה בדיוק מובטל אחד?
 - מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?
 - מה ההסתברות ששלושה יעבדו במדגם?
 - מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?
 - מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?
- (2) על פי נתוני משרד התקשורת ל-70% מהאוכלוסייה יש סמארטפון. נבחרו 10 אנשים באקראי. נגדיר את X כמספר האנשים שנדגמו עם סמארטפון.
- מהי ההתפלגות של X ? הסבירו.
 - מה ההסתברות שבמדגם ל-8 אנשים יש סמארט-פון?
 - מה ההסתברות שבמדגם לפחות ל-9 יהיו סמארט-פון?
 - מה התוחלת ומה סטיית התקן של מספר האנשים שנדגמו ולהם סמארט-פון?
- (3) במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו:
- | השכלה | נמוכה | תיכונית | תואר I | תואר II ומעלה |
|-----------|-------|---------|--------|---------------|
| פרופורציה | 0.1 | 0.6 | 0.2 | 0.1 |
- נבחרו 20 אנשים אקראיים מעל גיל 30.
- מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמאים?
 - מה התוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?
- (4) במכללה מסוימת 20% מהסטודנטים גרים בת"א. מבין הסטודנטים שגרים בת"א 30% מגיעים ברכבם, ומבין הסטודנטים שלא גרים בת"א 50% מגיעים ברכבם למכללה.
- השומר בשער המכללה בודק לכל סטודנט את תיקו בהיכנסו למכללה. מה ההסתברות שבקרב 5 סטודנטים שנבדקו ע"י השומר רק 1 מתוכם הגיע למכללה ברכבו?
 - בהמשך לסעיף הקודם מה ההסתברות שרוב הסטודנטים בקרב ה-5 הגיעו למכללה ברכבם?

תשובות סופיות:

(1) א. $X \sim B(n=5, p=0.1)$ ב. 0.32805 ג. 0.59049

ד. 0.0729 ה. 0.40954 ו. תוחלת: 0.5, שונות: 0.45

(2) א. 0.2335 ב. 0.1493 ד. תוחלת: 7, סטיית תקן: 1.449

(3) א. 0.1789 ב. 2

(4) א. 0.1956 ב. 0.4253

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 22 - המשתנה המקרי הבדיד - שאלות מסכמות (יחידה 8. מומלץ
כשאלות מסכמות לבחינה)

תוכן העניינים

1. כללי..... 90

המשתנה המקרי הבדיד – שאלות מסכמות:

שאלות:

(1) נתון כי: $X \sim B\left(4, \frac{1}{2}\right)$, $Y \sim B\left(10, \frac{1}{4}\right)$.

- א. חשבו את התוחלת וסטיית התקן של X .
 - ב. $W = 2X - 4$, חשבו את התוחלת וסטיית התקן של W .
 - ג. $T = X + Y$, חשבו את התוחלת של T .
- האם ניתן לדעת מה סטיית התקן של T ?

(2) ערן משחק בקזינו בשתי מכונות הימורים, בכל מכונה משחק אחד (במכונה א' ובמכונה ב'). הסיכוי שלו לנצח במשחק במכונה א' הינו 0.08 והסיכוי שלו לנצח רק במכונה א' הינו 0.05. הסיכוי שלו להפסיד בשני המשחקים ביום מסוים הוא 0.88.

- א. מה הסיכוי שערן ניצח בשני המשחקים?
- ב. מה התוחלת ומהי השונות של מספר הניצחונות של ערן?
- ג. אם ערן נכנס לקזינו 5 פעמים ובכל פעם שיחק את שני המשחקים, מה ההסתברות שערן ינצח בשני המשחקים בדיוק פעם אחת מתוך חמשת הפעמים?

(3) לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו מהצרור כדי לא להשתמש בו שוב.

נסמן ב- X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח.

- א. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- ב. חשבו את התוחלת והשונות של X .
- ג. כל ניסיון לפתוח הדלת אורך חצי דקה. מה התוחלת ומה השונות של הזמן הכולל לפתיחת הדלת?

- (4) חברת הפקות של סרטים הפיקה 3 סרטים, אשר הופקו לטלוויזיה המקומית. חברת ההפקות מנסה למכור את הסרטים הללו לחו"ל. להלן ההסתברויות למכירת הסרטים לחו"ל:
- הסרט "הצב" יימכר לחו"ל בסיכוי של 0.6.
 - הסרט "לעולם לא" יימכר לחו"ל בסיכוי של 0.7.
 - הסרט "מוות פתאומי" יימכר לחו"ל בסיכוי של 0.2.
- ידוע כי כל סרט עלה להפקה חצי מיליון שקלים. כמו כן, כל סרט הביא להכנסה של 200,000 שקלים מהטלוויזיה המקומית. במידה וסרט יימכר לחו"ל, כל סרט יימכר ב-600,000 שקלים.
- א. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר הסרטים שיימכרו לחו"ל.
 - ב. מהי התוחלת והשונות של מספר הסרטים שיימכרו?
 - ג. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של הרווח (במאות אלפי שקלים) של חברת ההפקה?
- (5) מבחן בנוי משני חלקים: בחלק א' 10 שאלות ובחלק ב' 10 שאלות. תלמיד התכוון רק לחלק א' של המבחן ובחלק זה בכל שאלה יש סיכוי של 0.8 שיענה נכון, בחלק השני לכל שאלה יש 4 תשובות כשרק אחת נכונה. בחלק זה הוא מנחש את התשובות.
- א. מהי ההסתברות שבחלק הראשון הוא יענה נכון על 7 שאלות בדיוק?
 - ב. מהי ההסתברות שבחלק השני הוא יענה נכון על פחות מ-3 שאלות?
 - ג. מה התוחלת ומהי השונות של מספר התשובות הנכונות בחלק הראשון?
 - ד. מהי התוחלת ומהי השונות של מספר התשובות הנכונות בבחינה כולה?

תשובות סופיות:

- (1) א. תוחלת: 2, סטיית תקן: 1.
 ב. תוחלת: 0, סטיית תקן: 2.
 ג. תוחלת: 4.5, סטיית תקן: לא ניתן.
- (2) א. 0.03.
 ב. תוחלת: 0.15, שונות: 0.1875.
 ג. 0.1328.
- (3) א. ראו טבלה:
 ב. תוחלת: 3, שונות: 2.
 ג. תוחלת: 1.5, שונות: 0.5.
- | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|--------|
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x |
| 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | $P(x)$ |
- (4) א. ראו טבלה:
 ב. תוחלת: 1.5, שונות: 0.61.
 ג. תוחלת: 0, סטיית תקן: 4.68.
- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| 3 | 2 | 1 | 0 | x |
| 0.084 | 0.428 | 0.392 | 0.092 | $P(x)$ |
- (5) א. 2.013.
 ב. 0.5256.
 ג. תוחלת: 8, שונות: 1.6.
 ד. תוחלת: 10.5, שונות: 3.475.

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 23 - תרגול טענות (על על חומר הלימוד. חשוב מאד לבחינה)

תוכן העניינים

1. כללי. 93

תרגול טענות:

שאלות:

להלן מספר טענות.

ציינו לגבי כל טענה נכון/לא נכון ונמקו (תשובה ללא נימוק לא תתקבל).

- (1) בסדרה שבה כל התצפיות שוות זו לזו, השונות הינה 0.
- (2) ציון התקן של החציון תמיד יהיה 0.
- (3) ציון התקן של האחוזון ה-70 בהתפלגות אסימטרית ימנית (חיובית) תמיד יהיה חיובי.
- (4) אם נוסיף תצפיות לסדרה של תצפיות, הדבר בהכרח יגדיל את הממוצע של הסדרה.
- (5) בסדרה החציון הינו 80. הוספו שתי תצפיות, אחת 79 ואחת 100, לכן החציון יגדל.
- (6) אם נוסיף את הערך 4 לכל התצפיות אז סטיית התקן לא תשתנה.
- (7) אם נחלק את כל התצפיות בהתפלגות ב-2 אז השונות תקטן פי 2.
- (8) אם נגדיל את ממוצע המשכורות של עובדים בחברה אז גם השונות תגדל.
- (9) מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5₪. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.
- (10) לסדרה של נתונים התקבל: $\bar{X} = \bar{Y} = 6$, $S_x = S_y = 1$, לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.
- (11) אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.

- (12)** אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השונות הלא מוסברת) תהיה 0.
- (13)** בסדרה המונה 13 תצפיות, ידוע כי הממוצע הוא 40 והשונות היא 100. מוסיפים שתי תצפיות חדשות, שהן 35 ו-45. כתוצאה מכך, הממוצע בסדרה החדשה (הכוללת 15 תצפיות) יקטן והשונות תקטן.
- (14)** לסדרה סטטיסטית בת 61 תצפיות הממוצע 120 והחציון 110. לסדרה זו הוסיפו עוד שתי תצפיות: 100, 140. בעקבות כך, הממוצע והחציון של הסדרה בת 63 התצפיות אינם משתנים.
- (15)** לסדרה סטטיסטית בת 100 תצפיות הממוצע 75 וסטיית התקן 10. נוספו לסדרה זו עוד 2 תצפיות: 75; 75. כתוצאה מכך, הממוצע החדש (של 103 התצפיות) לא ישתנה, אך סטיית התקן תקטן.
- (16)** לסדרת נתונים המונה 10 תצפיות ממוצע 25 וסטיית תקן 2. נתון כי הסדרה סימטרית סביב הממוצע. בשלב מאוחר יותר נוספו שלוש תצפיות לסדרה: 23, 25 ו-27. לכן סטיית התקן של 13 התצפיות לא תשתנה.
- (17)** בהתפלגות אסימטרית חיובית, הערך המתאים למאון ה-30, ציון התקן שלו בהכרח שלילי.
- (18)** סטיית התקן של סדרת נתונים תמיד תגדל אם נוסף גודל קבוע לכל נתוני הסדרה.
- (19)** נתונים המאורעות A ו- B במרחב מדגם Ω . ידוע כי: $P(A) = P(B) = 0.3$. ההסתברות לכך שיקרה בדיוק מאורע אחד אם המאורעות זרים היא: $2 \cdot 0.7 \cdot 0.3 = 0.42$.
- (20)** בהטלת קובייה הוגנת 4 פעמים, ההסתברות שיתקבלו לפחות 2 תוצאות זהות היא: $\frac{936}{1296}$.
- (21)** המאורעות A ו- B הם מאורעות בלתי-תלויים שהסתברויותיהם הן 0.5 ו-0.3 בהתאמה. לכן ההסתברות שיקרה לפחות אחד מהם היא 0.8.

- (22) A ו- B מאורעות כלשהם במרחב מדגם Ω . ידוע כי: $P(A) = P(B) = 0.2$. אם A ו- B מאורעות בלתי תלויים, ההסתברות שיתרחש בדיוק מאורע אחד מביניהם היא 0.4.
- (23) לסביבון 4 פאות. הסיכוי שבהטלת הסביבון שלוש פעמים נקבל את אותה תוצאה בכל פעם הוא: $\frac{1}{16}$.
- (24) אם: $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$, אז X ו- Y הם משתנים מקריים בלתי תלויים.
- (25) מספר הדרכים השונות לסדר שלושה חיילים בשלשה הוא 9.
- (26) יש לחלק שישה צעצועים שונים ל-4 בנות ו-2 בנים. מספר הדרכים לחלק את הצעצועים הוא 48.
- (27) קוד של כספומט מורכב מ-4 ספרות, מתוך 0-9. ההסתברות שארבע הספרות יהיו שונות הוא 0.504.
- (28) רוני ורונה יצאו לבלות במרכז בילויים עם מספר אפשרויות בילוי:
בהסתברות של 0.3 הם ייצאו לבאולינג.
בהסתברות של 0.5 הם ייצאו לבית קפה.
בהסתברות של 0.7 הם ייצאו לפחות לאחד מהם, באולינג/קפה.
ההסתברות שהם יצאו רק לבאולינג הוא 0.3.
- (29) בכיתה ישנם 3 תלמידים. הסיכוי שתלמיד כלשהו בכיתה יעבור את הבחינה הינו 0.8. כל התלמידים לא תלויים אחד בשני.
הסיכוי שלפחות אחד יעבור את הבחינה הוא 0.992.
- (30) בוצע מחקר על מספר העובדים בחברות מזון לעומת חברות תקשורת. החציון והממוצע בשתייהן שווה 8. לכן גם השכיח שווה בין שתי החברות.
- (31) לפי מחקר שנעשה הטמפרטורה בחודשי החורף באזור מסוים בארץ מתפלגת נורמאלית עם תוחלת 14 וסטיית תקן 4.
ההסתברות שהטמפרטורה באזור גבוהה מ-17 מעלות בחורף קטנה מ-0.5.

(32) בחדר אוכל של קיבוץ מגישים תפריט ובו :

- 3 מנות ראשונות.
- 4 מנות עיקריות.
- 2 מנות אחרונות.

מספר המנות שאפשר להרכיב ושייכללו מנה ראשונה + מנה עיקרית + מנה אחרונה הוא 9.

(33) התקיימה תחרות קליעה למטרה. אפשר לשחק עד שיש פגיעה, אך בכל מקרה לא יותר מ-4 פעמים. הסיכוי של ירון, אחד מחברי הנבחרת, לפגוע במטרה הוא 0.6. הסיכוי שירון זרק 4 פעמים למטרה בלבד הוא 0.064.

(34) הוותק הממוצע של עובדי מפעל מסוים הוא 12 שנים וסטיית התקן של הוותק 8 שנים. בעוד 3 שנים – אם כל העובדים ימשיכו לעבוד במפעל ולא יתווספו עובדים חדשים – נקבל כי: הממוצע 15 שנים וסטיית התקן 8 שנים.

(35) נתונה סדרה של 4 תצפיות. להלן הסטיות שלהן מהממוצע עבור 3 תצפיות מתוך ה-4: 2, 3, 4. לכן השונות של 4 התצפיות היא 7.25.

(36) הסיכוי שירון יכין שיעורים ביום מסוים הוא 0.7 אם אימא ביקשה ממנו, ו-0.4 אם אימא שלו לא בקשה ממנו. ב-60% מהימים אימא של ירון מבקשת ממנו להכין את השיעורים. הגעת לבקר את ירון והבחנת שהוא מכין שיעורים, לכן ההסתברות שאימא שלו ביקשה ממנו להכין אותם באותו היום הוא: 0.742.

(37) 70% מבתי האב גרים בבתים אשר בבעלותם מתוכם 50% משלמים משכנתא על בית זה. נבחרו 20 בתי אב אקראיים. תוחלת מספר הבתים אשר גרים בהם בעליהם ומשלמים בהם משכנתא הוא 7.

(38) מספר ראשי התיבות שניתן ליצור בעברית (22 אותיות) עבור שם פרטי ומשפחה הוא 44.

(39) מספר המספרים התלת ספרתיים בהם הספרות שונות זו מזו הוא 648.

(40) בהתפלגות נורמלית ככל שסטיית התקן יותר גבוהה אחוז המקרים שמתחת לממוצע קטן.

(41) הציון הממוצע של 5 סטודנטים הוא 78. 4 סטודנטים מתוכם קיבלו את הציונים הבאים: 74, 72, 86, 70. הציון של הסטודנט החמישי הוא: 76.

(42) בתיק השקעות של משקיע מתחיל 10 מניות. הסיכוי שביום מסוים מניה תעלה הוא 0.6. נניח כי המניות אינן תלויות זו בזו. סטית התקן של מספר המניות, מתוך תיק ההשקעות, שתעלינה ביום מסוים היא 2.4.

(43) ישנן שני מאורעות ונתון ששני המאורעות זרים הסיכוי שכל אחד מהם יקרה הוא 0.3 ולכן הסיכוי שלפחות אחד מהם יקרה הוא 0.6.

(44) יהיו A, B, C שלושה מאורעות במרחב מדגם Ω . ידוע כי: $P(A) = P(B) = P(C) = 0.2$. ההסתברות שיקרה רק מאורע B אם המאורעות בלתי תלויים היא 0.2.

(45) אוכלוסייה מסוימת מתפלגת לפי 4 סוגי הדם כדלקמן:

סוג דם	אחוז מהאוכלוסייה
A	40%
O	30%
B	20%
AB	10%

נבחרו ארבעה אנשים אקראיים מאותה אוכלוסייה. ההסתברות שבדיוק אחד מהם בעל סוג דם A הוא 0.4.

(46) חושב מקדם המתאם של ספירמן בין שני משתנים והתקבל 1 לכן אם יחושב מדד הקשר של פירסון יתקבל גם כן 1.

(47) חושב מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים והתקבל 1 אם יחושב מדד הקשר של ספירמן יתקבל גם 1.

(48) שונות של סכום משתנים שווה תמיד לסכום השונות של המשתנים.

(49) נגדיר את A להיות התוצאה 4 בהטלת קובייה, ואת B להיות ראש בהטלת מטבע, ולכן המאורעות הללו הם מאורעות זרים.

תשובות סופיות:

1) נכון.	2) לא נכון.	3) לא נכון.	4) לא נכון.	5) לא נכון.
6) נכון.	7) לא נכון.	8) לא נכון.	9) נכון.	10) לא נכון.
11) לא נכון.	12) נכון.	13) לא נכון.	14) נכון.	15) נכון.
16) לא נכון.	17) נכון.	18) לא נכון.	19) לא נכון.	20) נכון.
21) לא נכון.	22) לא נכון.	23) נכון.	24) לא נכון.	25) לא נכון.
26) לא נכון.	27) נכון.	28) לא נכון.	29) נכון.	30) לא נכון.
31) נכון.	32) לא נכון.	33) נכון.	34) נכון.	35) לא נכון.
36) נכון.	37) נכון.	38) לא נכון.	39) נכון.	40) לא נכון.
41) לא נכון.	42) לא נכון.	43) נכון.	44) לא נכון.	45) לא נכון.
46) לא נכון.	47) נכון.	48) לא נכון.	49) לא נכון.	

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 24 - פתרון בחינה לדוגמה מספר 1

תוכן העניינים

1. כללי (ללא ספר)

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 25 - פתרון בחינה לדוגמה מספר 2

תוכן העניינים

1. כללי (ללא ספר)

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 26 - פתרון בחינה לדוגמה מספר 3

תוכן העניינים

1. כללי (ללא ספר)

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 27 - פתרון בחינה לדוגמה מספר 5

תוכן העניינים

1. כללי (ללא ספר)

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעי החברה א 30111

פרק 28 - פתרון בחינה לדוגמה מספר 4

תוכן העניינים

1. כללי (ללא ספר)